

## PREFACIO

xiii

## CAPÍTULO 0 Fundamentos

1

0.1	Evaluación de un polinomio	1
0.2	Números binarios	5
0.2.1	Decimal a binario	6
0.2.2	De binario a decimal	7
0.3	Representación del punto flotante de los números reales	8
0.3.1	Formatos de punto flotante	8
0.3.2	Representación en máquina	11
0.3.3	Suma de números de punto flotante	13
0.4	Pérdida de significancia	16
0.5	Repaso de cálculo	19
	Software y lecturas adicionales	23

## CAPÍTULO 1 Resolución de ecuaciones

24

1.1	El método de bisección	25
1.1.1	Confinamiento de una raíz	25
1.1.2	¿Qué tan exacto y a qué velocidad?	28
1.2	Iteración de punto fijo	30
1.2.1	Puntos fijos de una función	31
1.2.2	Geometría de la iteración de punto fijo	33
1.2.3	Convergencia lineal de la iteración de punto fijo	34
1.2.4	Criterios de detención	40
1.3	Límites de exactitud	43
1.3.1	Error hacia adelante y hacia atrás	44
1.3.2	El polinomio de Wilkinson	47
1.3.3	Sensibilidad de la localización de raíces	48
1.4	Método de Newton	51
1.4.1	Convergencia cuadrática del método de Newton	53
1.4.2	Convergencia lineal del método de Newton	55
1.5	Localización de raíces sin derivadas	61
1.5.1	Método de la secante y sus variantes	61
1.5.2	Método de Brent	64
	<b>Comprobación en la realidad 1:</b> Cinemática de la plataforma Stewart	67
	Software y lecturas adicionales	69

## CAPÍTULO 2 Sistemas de ecuaciones

71

2.1	Eliminación gaussiana	71
2.1.1	Eliminación gaussiana simple	72
2.1.2	Conteo de operaciones	74

<b>2.2</b>	La factorización LU	79
2.2.1	Forma matricial de la eliminación gaussiana	79
2.2.2	Sustitución hacia atrás con la factorización LU	81
2.2.3	Complejidad de la factorización LU	83
<b>2.3</b>	Fuentes de error	85
2.3.1	Error de magnificación y número de condición	86
2.3.2	Dominancia	91
<b>2.4</b>	La factorización PA = LU	95
2.4.1	Pivoteo parcial	95
2.4.2	Matrices de permutación	97
2.4.3	Factorización PA = LU	98
<b>Comprobación en la realidad 2: La viga de Euler-Bernoulli</b>		102
<b>2.5</b>	Métodos iterativos	106
2.5.1	Método de Jacobi	106
2.5.2	Método de Gauss-Seidel y SRS	108
2.5.3	Convergencia de los métodos iterativos	111
2.5.4	Cálculos de matrices dispersas	113
<b>2.6</b>	Métodos para matrices simétricas definidas positivas	117
2.6.1	Matrices simétricas definidas positivas	117
2.6.2	Factorización de Cholesky	119
2.6.3	Método del gradiente conjugado	121
2.6.4	Precondicionamiento	126
<b>2.7</b>	Sistemas de ecuaciones no lineales	130
2.7.1	Método de Newton multivariado	131
2.7.2	Método de Broyden	133
	Software y lecturas adicionales	137
<b>CAPÍTULO 3 Interpolación</b>		<b>138</b>
<b>3.1</b>	Datos y funciones de interpolación	139
3.1.1	Interpolación de Lagrange	140
3.1.2	Diferencias divididas de Newton	141
3.1.3	¿Cuántos polinomios de grado $d$ pasan por $n$ puntos?	144
3.1.4	Código para la interpolación	145
3.1.5	Representación de funciones mediante polinomios de aproximación	147
<b>3.2</b>	Error de interpolación	151
3.2.1	Fórmula del error en la interpolación	151
3.2.2	Demostración de la forma de Newton y la fórmula del error	153
3.2.3	Fenómeno de Runge	155
<b>3.3</b>	Interpolación de Chebyshev	158
3.3.1	Teorema de Chebyshev	158
3.3.2	Polinomios de Chebyshev	160
3.3.3	Cambio de intervalo	162
<b>3.4</b>	Splines cúbicas	166
3.4.1	Propiedades de las splines	167
3.4.2	Condiciones de extremo	173
<b>3.5</b>	Curvas de Bézier	179
<b>Comprobación en la realidad 3: Fuentes a partir de las curvas de Bézier</b>		183
	Software y lecturas adicionales	187

<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>Mínimos cuadrados</b>	<b>188</b>
4.1	Mínimos cuadrados y ecuaciones normales	188
4.1.1	Sistemas de ecuaciones inconsistentes	189
4.1.2	Modelos de ajuste a los datos	193
4.1.3	Condicionamiento de mínimos cuadrados	197
4.2	Exploración de modelos	201
4.2.1	Datos periódicos	201
4.2.2	Linealización de datos	203
4.3	Factorización QR	212
4.3.1	Ortogonalización de Gram-Schmidt y mínimos cuadrados	212
4.3.2	Ortogonalización de Gram-Schmidt modificado	218
4.3.3	Reflectores de Householder	220
4.4	Método del residuo mínimo generalizado (GMRES)	225
4.4.1	Métodos de Krylov	226
4.4.2	GMRES preconditionado	228
4.5	Mínimos cuadrados no lineales	230
4.5.1	Método de Gauss-Newton	230
4.5.2	Modelos con parámetros no lineales	233
4.5.3	Método de Levenberg-Marquardt	235
<b>Comprobación en la realidad 4:</b> GPS, condicionamiento y mínimos cuadrados no lineales		238
Software y lecturas adicionales		242
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>Diferenciación e integración numérica</b>	<b>243</b>
5.1	Diferenciación numérica	244
5.1.1	Fórmulas de las diferencias finitas	244
5.1.2	Error de redondeo	247
5.1.3	Extrapolación	249
5.1.4	Diferenciación e integración simbólica	250
5.2	Fórmulas de Newton-Cotes para la integración numérica	254
5.2.1	Regla del trapecio	255
5.2.2	Regla de Simpson	257
5.2.3	Fórmulas de Newton-Cotes compuestas	259
5.2.4	Métodos de Newton-Cotes abiertos	262
5.3	Integración de Romberg	265
5.4	Cuadratura adaptativa	269
5.5	Cuadratura gaussiana	273
<b>Comprobación en la realidad 5:</b> Control de movimiento en el modelado asistido por computadora		278
Software y lecturas adicionales		280
<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>Ecuaciones diferenciales ordinarias</b>	<b>281</b>
6.1	Problemas de valor inicial	282
6.1.1	Método de Euler	283
6.1.2	Existencia, unicidad y continuidad de las soluciones	287
6.1.3	Ecuaciones lineales de primer orden	290
6.2	Análisis del error en la solución de PVI	293
6.2.1	Error de truncamiento local y total	293

6.2.2	Método explícito del trapecio	297
6.2.3	Métodos de Taylor	300
<b>6.3</b>	<b>Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias</b>	<b>303</b>
6.3.1	Ecuaciones de orden superior	304
6.3.2	Simulación en computadora: el péndulo	305
6.3.3	Simulación en computadora: la mecánica orbital	309
<b>6.4</b>	<b>Métodos y aplicaciones de Runge-Kutta</b>	<b>314</b>
6.4.1	La familia Runge-Kutta	314
6.4.2	Simulación en computadora: la neurona de Hodgkin-Huxley	317
6.4.3	Simulación en computadora: las ecuaciones de Lorenz	319
	<b>Comprobación en la realidad 6: El puente Tacoma Narrows</b>	<b>322</b>
<b>6.5</b>	<b>Métodos con tamaño de paso variable</b>	<b>325</b>
6.5.1	Pares integrados de Runge-Kutta	325
6.5.2	Métodos de cuarto y quinto orden	328
<b>6.6</b>	<b>Métodos implícitos y ecuaciones rígidas</b>	<b>332</b>
<b>6.7</b>	<b>Métodos de varios pasos</b>	<b>336</b>
6.7.1	Generación de métodos de varios pasos	336
6.7.2	Métodos de varios pasos explícitos	339
6.7.3	Métodos de varios pasos implícitos	342
	Software y lecturas adicionales	347
<b>CAPÍTULO 7</b>	<b>Problemas de valor de frontera</b>	<b>348</b>
<b>7.1</b>	<b>Método de disparo</b>	<b>349</b>
7.1.1	Soluciones a problemas de valor de frontera	349
7.1.2	Implementación del método de disparo	352
	<b>Comprobación en la realidad 7: Deformación de un anillo circular</b>	<b>355</b>
<b>7.2</b>	<b>Métodos de diferencias finitas</b>	<b>357</b>
7.2.1	Problemas de valor de frontera lineales	357
7.2.2	Problemas de valor de frontera no lineales	359
<b>7.3</b>	<b>Colocación y el método del elemento finito</b>	<b>365</b>
7.3.1	Colocación	365
7.3.2	Elementos finitos y el método de Galerkin	367
	Software y lecturas adicionales	373
<b>CAPÍTULO 8</b>	<b>Ecuaciones diferenciales parciales</b>	<b>374</b>
<b>8.1</b>	<b>Ecuaciones parabólicas</b>	<b>375</b>
8.1.1	Método de las diferencias hacia adelante	375
8.1.2	Análisis de estabilidad del método de las diferencias hacia adelante	379
8.1.3	Método de la diferencia hacia atrás	380
8.1.4	Método de Crank-Nicolson	385
<b>8.2</b>	<b>Ecuaciones hiperbólicas</b>	<b>393</b>
8.2.1	La ecuación de onda	393
8.2.2	La condición CFL	395
<b>8.3</b>	<b>Ecuaciones elípticas</b>	<b>398</b>
8.3.1	Método de las diferencias finitas para ecuaciones elípticas	399
	<b>Comprobación en la realidad 8: Distribución del calor en una aleta de enfriamiento</b>	<b>403</b>
8.3.2	Método del elemento finito para ecuaciones elípticas	406

<b>8.4</b>	Ecuaciones diferenciales parciales no lineales	417
8.4.1	Solucionador implícito de Newton	417
8.4.2	Ecuaciones no lineales en dos dimensiones espaciales	423
	Software y lecturas adicionales	430
<b>CAPÍTULO 9 Números aleatorios y sus aplicaciones</b>		<b>431</b>
<b>9.1</b>	Números aleatorios	432
9.1.1	Números pseudoaleatorios	432
9.1.2	Números aleatorios exponenciales y normales	437
<b>9.2</b>	Simulación de Monte Carlo	440
9.2.1	Leyes de potencia para la estimación de Monte Carlo	440
9.2.2	Números cuasialeatorios	442
<b>9.3</b>	Movimiento browniano discreto y continuo	446
9.3.1	Caminatas aleatorias	447
9.3.2	Movimiento browniano continuo	449
<b>9.4</b>	Ecuaciones diferenciales estocásticas	452
9.4.1	Incorporación de la incertidumbre a las ecuaciones diferenciales	452
9.4.2	Métodos numéricos para EDE	456
	<b>Comprobación en la realidad 9:</b> La fórmula de Black-Scholes	464
	Software y lecturas adicionales	465
<b>CAPÍTULO 10 Interpolación trigonométrica y la TRF</b>		<b>467</b>
<b>10.1</b>	La transformada de Fourier	468
10.1.1	Aritmética compleja	468
10.1.2	Transformada discreta de Fourier	470
10.1.3	La transformada rápida de Fourier	473
<b>10.2</b>	Interpolación trigonométrica	476
10.2.1	Teorema de interpolación de la TDF	476
10.2.2	Evaluación eficiente de funciones trigonométricas	479
<b>10.3</b>	FFT y el procesamiento de señales	483
10.3.1	Ortogonalidad e interpolación	483
10.3.2	Ajuste por mínimos cuadrados con funciones trigonométricas	485
10.3.3	Sonido, ruido y filtrado	489
	<b>Comprobación en la realidad 10:</b> El filtro de Wiener	492
	Software y lecturas adicionales	494
<b>CAPÍTULO 11 Compresión</b>		<b>495</b>
<b>11.1</b>	La transformada discreta del coseno	496
11.1.1	TDC unidimensional	496
11.1.2	La TDC y la aproximación por mínimos cuadrados	498
<b>11.2</b>	TDC bidimensional y compresión de imágenes	501
11.2.1	TDC bidimensional	501
11.2.2	Compresión de imágenes	505
11.2.3	Cuantificación	508
<b>11.3</b>	Codificación de Huffman	514
11.3.1	Teoría de la información y codificación	514
11.3.2	Codificación de Huffman para el formato JPEG	517

11.4	TDC modificada y compresión de audio	519
11.4.1	Transformada discreta del coseno modificada	520
11.4.2	Cuantificación de bits	525
	<b>Comprobación en la realidad 11:</b> Un codec de audio simple	527
	Software y lecturas adicionales	530
<b>CAPÍTULO 12 Valores y vectores característicos y valores singulares</b>		<b>531</b>
12.1	Métodos de iteración de potencia	531
12.1.1	Iteración de potencia	532
12.1.2	Convergencia de la iteración de potencia	534
12.1.3	Iteración de potencia inversa	535
12.1.4	Iteración del cociente de Rayleigh	537
12.2	Algoritmo QR	539
12.2.1	Iteración simultánea	539
12.2.2	Forma real de Schur y el algoritmo QR	542
12.2.3	Forma superior de Hessenberg	544
	<b>Comprobación en la realidad 12:</b> Cómo clasifican los motores de búsqueda la calidad de la página	549
12.3	Descomposición de valor singular	552
12.3.1	Localización de la DVS en general	554
12.3.2	Caso especial: matrices simétricas	555
12.4	Aplicaciones de la DVS	557
12.4.1	Propiedades de la DVS	557
12.4.2	Reducción de dimensión	559
12.4.3	Compresión	560
12.4.4	Cálculo de la DVS	561
	Software y lecturas adicionales	563
<b>CAPÍTULO 13 Optimización</b>		<b>565</b>
13.1	Optimización no restringida sin derivadas	566
13.1.1	Búsqueda de la sección dorada	566
13.1.2	Interpolación parabólica sucesiva	569
13.1.3	Búsqueda de Nelder-Mead	571
13.2	Optimización no restringida con derivadas	575
13.2.1	Método de Newton	576
13.2.2	Gradiente descendiente	577
13.2.3	Búsqueda del gradiente conjugado	578
	<b>Comprobación en la realidad 13:</b> Conformación molecular y optimización numérica	580
	Software y lecturas adicionales	582
<b>Apéndice A</b>		<b>583</b>
A.1	Fundamentos de las matrices	583
A.2	Multiplicación en bloque	585
A.3	Valores y vectores propios	586
A.4	Matrices simétricas	587
A.5	Cálculo vectorial	588

<b>Apéndice B</b>	<b>590</b>
<b>B.1</b> Inicio de MATLAB	590
<b>B.2</b> Gráficas	591
<b>B.3</b> Programación en MATLAB	593
<b>B.4</b> Control de flujo	594
<b>B.5</b> Funciones	595
<b>B.6</b> Operaciones con matrices	597
<b>B.7</b> Animación y películas	597
<b>Respuestas a los ejercicios seleccionados</b>	<b>599</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>626</b>
<b>Índice</b>	<b>637</b>