

ÍNDICE

PRIMERA PARTE - CÁLCULO DIFERENCIAL

Capítulo I.— INTRODUCCIÓN

1. Revisión del concepto de número	1
Números naturales. Números enteros. Números racionales. El problema de la medida. Decimales. Expresiones decimales infinitas. Abscisas racionales. Expresiones decimales infinitas no periódicas. Números irracionales. Representación de los números reales. Operaciones con números reales. Números imaginarios. Representación gráfica. Teorema final de la aritmética.	
2. El principio de inducción completa	13

Capítulo II.— FUNCIONES. REPRESENTACIONES GRÁFICAS

1. Valores numéricos	17
2. Valores absolutos. Intervalos. Entornos	19
3. Funciones	21
Campo de existencia. Observación sobre la definición de función.	
4. Coordenadas cartesianas	23
5. Dibujos y escalas.....	24
6. Funciones uniformes y multiformes	26
7. Funciones pares e impares.....	26
8. Funciones definidas paramétricamente	27
9. Representación en coordenadas polares.....	28

Capítulo III.— FUNCIONES ALGEBRAICAS

1. La función lineal y la línea recta	30
Casos particulares de rectas. Rectas paralelas y perpendiculares. Rectas que pasan por un punto. Recta que pasa por dos puntos. Gráficos de movimientos uniformes. Ecuaciones paramétricas de una recta.	
2. Función cuadrática	37
Valores máximos y mínimos de la función cuadrática. Trayectoria de un proyectil en el vacío. Desigualdad de 2° grado. Curvas de 2° grado.	
3. Función racional entera	46
Regla de Ruffini. Casos particulares. Descomposición factorial de un polinomio.	
4. Función homográfica	50
5. Función racional fraccionaria. Descomposición en fracciones simples...	53
6. Función irracional	56
7. Función algebraica general	57

Capítulo IV.— FUNCIONES TRASCENDENTES

1. Función exponencial	60
2. Curva de Gauss	61
3. Función logarítmica	62
Escalas y gráficos logarítmicos.	
4. Función potencial	68
Representaciones con papel logarítmico.	
5. Funciones trigonométricas	69
Medida natural de ángulos.	
Definiciones de las funciones trigonométricas. Líneas trigonométricas.	
6. Gráficos en coordenadas polares	76
Espirales.	
7. Función sinusoidal	78
Movimiento vibratorio armónico	
8. Ecuaciones paramétricas de las cónicas.....	81
Elipse. Hipérbola.	
9. Curvas de Lissajous.....	83
10. Sinusoide amortiguada	86
11. Funciones ciclométricas.....	87
12. Funciones hiperbólicas	89
1 ^o Funciones hiperbólicas inversas.....	92
Relaciones entre las funciones hiperbólicas inversas y los logaritmos neperianos. Relaciones entre las funciones circulares e hiperbólicas.	
Amplitud hiperbólica.	

Capítulo V.—LÍMITES

1. Límite de una función	97
2. Infinitésimos	100
Operaciones con infinitésimos. Cociente de infinitésimos.	
Órdenes infinitesimales.	
3. Cálculo de límites	102
Estudio de la función $f(x) = \text{sen } x/x$	
4. "Verdadero valor".....	105
5. Límites infinitos.....	108
Definición. Variable infinita	
6. Continuidad de una función.....	115
Tipos de discontinuidades. Operaciones con funciones continuas.	
7. Continuidad de las funciones elementales.....	118
Teoremas generales sobre la continuidad. Una función sin límite.	
8. Límite de sucesiones.....	121
Definición. Sucesión de Fibonacci y secciones áureas.	
Límite de una sucesión. El número e .	
9. Asíntotas de curvas planas	126

Capítulo VI. — DERIVADA

1. Pendientes e incrementos.....	130
2. Límite del cociente incremental.....	132
3. Derivada de una función en un punto.....	132
Derivabilidad y continuidad. Técnica de la derivación.	
4. Ecuación de la recta tangente y de la recta normal.....	135
5. Función derivada. Derivación gráfica.....	137
6. Cálculo de derivadas.....	138
7. Derivada de función de función.....	147
Derivación logarítmica.	
8. Tangente y normal. Subtangente y subnormal.....	163
9. Ángulo de dos curvas.....	165
Una función sin derivada.	

Capítulo VII. — DERIVADAS Y DIFERENCIALES SUCESIVAS

1. Definiciones.....	168
Derivada enésima de un producto de dos funciones. Regla de Leibniz.	
2. Diferencial de una función.....	172
Expresión de la derivada como cociente de diferenciales.	
Invariancia de la diferencial.	
3. Derivada de funciones dadas implícitamente.....	174
4. Diferenciales sucesivas.....	179
5. Cálculo de errores mediante diferenciales.....	181
6. Derivadas de funciones dadas paramétricamente.....	182
Regla práctica. Derivadas segundas.	
7. Tangente a las curvas dadas en coordenadas polares.....	188
Segmentos polares notables.	
8. Aplicaciones físicas.....	193
El concepto de velocidad. El concepto de aceleración.	
9. Vectores.....	196
Expresión cartesiana. Derivada de un vector.	

Capítulo VIII. — VARIACIÓN DE FUNCIONES

1. Funciones crecientes y decrecientes.....	201
2. Máximos y mínimos relativos.....	202
Determinación de máximos y mínimos.	
Máximos y mínimos de una función racional.	
3. Concavidad, convexidad e inflexión de las curvas.....	222
4. Cálculo de máximos y mínimos sin derivadas.....	226
Distancias mínimas. Aplicación. Triángulos de área máxima y	
perímetro mínimo. Problema isoperimétrico. Teorema de Crámer.	
Teoremas de Zenodoro.	

Capítulo IX. — APROXIMACIÓN DE FUNCIONES

1. Teorema del valor medio	236
Teorema de Rolle.	
2. Teorema de Cauchy.....	240
3. Límites indeterminados. Regla de L'Hospital.....	241
4. Teorema generalizado del valor medio	249
5. Fórmula de Maclaurin para un polinomio	250
Desarrollo del binomio de Newton.	
6. Fórmula de Maclaurin para una función cualquiera	252
7. Fórmula de Taylor	253
Expresión del resto en la fórmula de Taylor.	
Cálculo de funciones mediante la fórmula de Maclaurin.	
8. Aproximación de funciones	259
Recta tangente. Parábola osculatriz. Contacto de dos curvas.	
9. Discusión analítica de los máximos y mínimos	263
10. Concavidad, convexidad e inflexión.....	266

SEGUNDA PARTE - CÁLCULO INTEGRAL

Capítulo X. — INTEGRALES INDEFINIDAS

1. Introducción	273
Teorema fundamental del cálculo integral.	
2. Integrales indefinidas	274
Propiedades. Linealidad de la integración. Integración inmediata.	
3. Integración por sustitución	2879
4. Integración de expresiones de la forma $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$	289
5. Integración de expresiones de la forma $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$	293
Algunas integrales importantes	
6. Integración de expresiones de la forma $\int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx$	299
7. Integración por partes	302
Fórmulas de reducción.	
8. Cálculo de integrales aplicando complejos.....	307
9. Integración de funciones racionales	310
Introducción. Descomposición en fracciones simples. Solución del problema general. Teorema general de integración de las funciones racionales.	

10. Integración de funciones irracionales algebraicas.....	321
11. Integración de diferenciales binomias	328
Casos de integración. Funciones integrables y no integrables elementalmente.	
12. Integración de funciones trigonométricas	331
Teorema general.	
13. Integración de productos de senos y cosenos	336
Fórmulas de reducción.	
14. Determinación de la constante de integración	340
Significación física de la constante de integración.	

Capítulo XI. — INTEGRALES DEFINIDAS

1. El problema del área	356
2. Definición general de integral definida.....	360
Propiedades de las integrales definidas.	
3. Teorema de la media	361
4. Integración gráfica.....	362
Integral definida con extremo superior variable. Relaciones entre la gráfica de una función y la de su integral.	
5. Teoremas fundamentales	365
6. Cálculo de integrales definidas.....	366
7. Valor medio y valor eficaz de una función	374
Aplicación física.	
8. Integración numérica aproximada.....	377
Fórmula de los trapecios. Fórmula de Simpson. Error en la fórmula de Simpson.	
9. Área en coordenadas paramétricas	391
10. Áreas orientadas.....	382
11. Área en coordenadas polares	384
Relaciones entre las expresiones de las áreas en coordenadas polares y paramétricas.	
12. Integrales generalizadas.....	393
13. Cálculo de algunas integrales definidas.....	399
Fórmula de Wallis. Integral de Poisson. Fórmula de Stirling.	
Determinación de K . La función Gamma. Cálculo de $\Gamma(1/2)$. La función Beta.	

Capítulo XII. — APLICACIONES GEOMÉTRICAS

1. Rectificación de curvas	411
Curva no rectificable.	
2. Diferencial de arco. Vector \vec{ds}	415
3. Longitud de un arco en coordenadas paramétricas	416
4. Integrales elípticas	418

5. Longitud de un arco en coordenadas polares	421
6. Curvatura de curvas planas.....	423
7. Curvatura en coordenadas paramétricas.....	428
8. Curvatura en coordenadas polares.....	432
9. Expresión vectorial de la curvatura	434
Movimiento de un punto sobre una curva. Componentes polares de la aceleración. Movimiento central.	
10. Círculo osculador	438
Construcción gráfica del centro de curvatura.	
11. Evoluta de una curva. Evolvente	448
12. Volumen de un sólido.....	450
13. Volumen de un sólido de revolución	450
14. Área de un sólido de revolución.....	458

Capítulo XIII. — APLICACIONES FÍSICAS

1. Momentos de un sistema de puntos materiales situados en una recta... Momento de inercia mínimo. Aplicaciones a la estadística.	466
2. Momentos de un sistema de puntos materiales situados en un plano... Momentos de inercia.	470
3. Momentos de líneas, superficies y volúmenes	472
Momentos de una línea. Centro de gravedad de una figura compuesta. Centro de gravedad de una superficie. Centro de gravedad de una figura compuesta. Centro de gravedad de una superficie limitada por una curva dada en coordenadas polares. Centro de gravedad de un sólido.	
4. Teoremas de Pappus o de Guldin.....	484
5. Momentos de inercia.....	487
6. Trabajo.....	492
Definición. Teorema de la fuerza viva. Trabajo de la gravedad. Trabajo de expansión de un gas perfecto. El ciclo de Carnot.	

Capítulo XIV. — SERIES NUMÉRICAS

1. Definiciones.....	498
2. Serie geométrica	499
3. Condición necesaria de convergencia	503
4. Condición necesaria y suficiente de convergencia	505
5. Series de términos positivos.....	506
6. Criterios de comparación.....	508
Momentos de líneas, superficies y volúmenes. Convergencia. Divergencia. Otras formas de los criterios de comparación.	
7. Criterios de convergencia: D'Alembert, Cauchy, Kummer y Raabe	513
8. Criterio de la integral de Cauchy	521
Series e integrales.	

9. Serie de términos alternados	525
Cálculo del error en las series alternadas.	
10. Serie de términos cualesquiera.....	529
Convergencia absoluta y condicional. Teorema de Riemann.	
11. Series de términos complejos	532
12. Álgebra de las series.....	533
Propiedad asociativa. Propiedad conmutativa. Suma de series.	
Multiplicación de series. Teorema de Cauchy. Otros teoremas sobre	
productos de series. Un ejemplo crítico de producto de series.	

Capítulo XV.— SERIES DE POTENCIAS

1. Introducción	538
2. Fórmulas de Taylor y de Maclaurin	543
3. Desarrollo de funciones en series de potencia.	545
La función exponencial en el campo complejo. Fórmulas de Euler.	
Relaciones con las funciones hiperbólicas.	
4. Operaciones con series de potencias.....	551
División de series de potencias.	
5. Derivación e integración de series	556
6. Cálculo de logaritmos	558
Interpolación en las tablas de logaritmos. Cálculo de π .	
7. Desarrollo del binomio.....	562
Series de $\text{arc sen } x$ y $\text{Arg Sh } x$.	
8. Cálculo de límites indeterminados	566
9. Cálculo de las integrales elípticas	568
10. Cálculo aproximado de integrales	570
11. Desarrollos asintóticos	572
La función error.	
12. Series divergentes	575
Un teorema de Cauchy sobre sucesiones.	
Índice alfabético	579