

# Contenido



MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACION  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RÍOS  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ECONÓMICAS  
• BIBLIOTECA •

## Prefacio xi

## 0 Preliminares 1

- 0.1 Números reales, estimación y lógica 1
- 0.2 Desigualdades y valor absoluto 8
- 0.3 El sistema de coordenadas rectangulares 16
- 0.4 Gráficas de ecuaciones 24
- 0.5 Funciones y sus gráficas 29
- 0.6 Operaciones con funciones 35
- 0.7 Funciones trigonométricas 41
- 0.8 Repaso del capítulo 51
- Problemas de repaso e introducción 54

## 1 Límites 55

- 1.1 Introducción a límites 55
- 1.2 Estudio riguroso (formal) de límites 61
- 1.3 Teoremas de límites 68
- 1.4 Límites que involucran funciones trigonométricas 73
- 1.5 Límites al infinito; límites infinitos 77
- 1.6 Continuidad de funciones 82
- 1.7 Repaso del capítulo 90
- Problemas de repaso e introducción 92

## 2 La derivada 93

- 2.1 Dos problemas con el mismo tema 93
- 2.2 La derivada 100
- 2.3 Reglas para encontrar derivadas 107
- 2.4 Derivadas de funciones trigonométricas 114
- 2.5 La regla de la cadena 118
- 2.6 Derivadas de orden superior 125
- 2.7 Derivación implícita 130
- 2.8 Razones de cambio relacionadas 135
- 2.9 Diferenciales y aproximaciones 142
- 2.10 Repaso del capítulo 147
- Problemas de repaso e introducción 150

## 3 Aplicaciones de la derivada 151

- 3.1 Máximos y mínimos 151
- 3.2 Monotonía y concavidad 155
- 3.3 Extremos locales y extremos en intervalos abiertos 162
- 3.4 Problemas prácticos 167
- 3.5 Graficación de funciones mediante cálculo 178
- 3.6 El teorema del valor medio para derivadas 185
- 3.7 Solución numérica de ecuaciones 190
- 3.8 Antiderivadas 197
- 3.9 Introducción a ecuaciones diferenciales 203
- 3.10 Repaso del capítulo 209
- Problemas de repaso e introducción 214

## 4 La integral definida 215

- 4.1 Introducción al área 215
- 4.2 La integral definida 224
- 4.3 El Primer Teorema Fundamental del Cálculo 232
- 4.4 El Segundo Teorema Fundamental del Cálculo y el método de sustitución 243
- 4.5 El teorema del valor medio para integrales y el uso de la simetría 253
- 4.6 Integración numérica 260
- 4.7 Repaso del capítulo 270
- Problemas de repaso e introducción 274

## 5 Aplicaciones de la integral 275

- 5.1 El área de una región plana 275
- 5.2 Volúmenes de sólidos: capas, discos, arandelas 281
- 5.3 Volúmenes de sólidos de revolución: cascarones 288
- 5.4 Longitud de una curva plana 294
- 5.5 Trabajo y fuerza de un fluido 301
- 5.6 Momentos y centro de masa 308
- 5.7 Probabilidad y variables aleatorias 316
- 5.8 Repaso del capítulo 322
- Problemas de repaso e introducción 324

## 6 Funciones trascendentales 325

- 6.1 La función logaritmo natural 325
- 6.2 Funciones inversas y sus derivadas 331
- 6.3 La función exponencial natural 337
- 6.4 Funciones exponencial y logarítmica generales 342
- 6.5 Crecimiento y decaimiento exponenciales 347
- 6.6 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden 355
- 6.7 Aproximaciones para ecuaciones diferenciales 359
- 6.8 Funciones trigonométricas inversas y sus derivadas 365
- 6.9 Funciones hiperbólicas y sus inversas 374
- 6.10 Repaso del capítulo 380
- Problemas de repaso e introducción 382

## 7 Técnicas de integración 383

- 7.1 Reglas básicas de integración 383
- 7.2 Integración por partes 387
- 7.3 Algunas integrales trigonométricas 393
- 7.4 Sustituciones para racionalizar 399
- 7.5 Integración de funciones racionales por medio de fracciones parciales 404
- 7.6 Estrategias de integración 411
- 7.7 Repaso del capítulo 419
- Problemas de repaso e introducción 422

## 8 Formas indeterminadas e integrales impropias 423

- 8.1 Formas indeterminadas del tipo  $0/0$  423
- 8.2 Otras formas indeterminadas 428
- 8.3 Integrales impropias: límites de integración infinitos 433
- 8.4 Integrales impropias: integrandos infinitos 442
- 8.5 Repaso del capítulo 446
- Problemas de repaso e introducción 448

## 9 Series infinitas 449

- 9.1 Sucesiones infinitas 449
- 9.2 Series infinitas 455
- 9.3 Series positivas: el criterio de la integral 463
- 9.4 Series positivas: otros criterios 468
- 9.5 Series alternantes, convergencia absoluta y convergencia condicional 474
- 9.6 Series de potencias 479
- 9.7 Operaciones sobre series de potencias 484
- 9.8 Series de Taylor y Maclaurin 489
- 9.9 La aproximación de Taylor para una función 497
- 9.10 Repaso del capítulo 504
- Problemas de repaso e introducción 508

## 10 Cónicas y coordenadas polares 509

- 10.1 La parábola 509
- 10.2 Elipses e hipérbolas 513
- 10.3 Traslación y rotación de ejes 523
- 10.4 Representación paramétrica de curvas en el plano 530
- 10.5 El sistema de coordenadas polares 537
- 10.6 Gráficas de ecuaciones polares 542
- 10.7 Cálculo en coordenadas polares 547
- 10.8 Repaso del capítulo 552
- Problemas de repaso e introducción 554

## 11 Geometría en el espacio y vectores 555

- 11.1 Coordenadas cartesianas en el espacio tridimensional 555
- 11.2 Vectores 560
- 11.3 El producto punto 566
- 11.4 El producto cruz 574
- 11.5 Funciones con valores vectoriales y movimiento curvilíneo 579
- 11.6 Rectas y curvas en el espacio tridimensional 589
- 11.7 Curvatura y componentes de la aceleración 593
- 11.8 Superficies en el espacio tridimensional 603
- 11.9 Coordenadas cilíndricas y esféricas 609
- 11.10 Repaso del capítulo 613
- Problemas de repaso e introducción 616

## 12 Derivadas para funciones de dos o más variables 617

- 12.1 Funciones de dos o más variables 617
- 12.2 Derivadas parciales 624
- 12.3 Límites y continuidad 629
- 12.4 Diferenciabilidad 635
- 12.5 Derivadas direccionales y gradientes 641
- 12.6 La regla de la cadena 647
- 12.7 Planos tangentes y aproximaciones 652
- 12.8 Máximos y mínimos 657
- 12.9 Método de multiplicadores de Lagrange 666
- 12.10 Repaso del capítulo 672
- Problemas de repaso e introducción 674

## 13 Integrales múltiples 675

- 13.1 Integrales dobles sobre rectángulos 675
- 13.2 Integrales iteradas 680
- 13.3 Integrales dobles sobre regiones no rectangulares 684
- 13.4 Integrales dobles en coordenadas polares 691
- 13.5 Aplicaciones de las integrales dobles 696
- 13.6 Área de una superficie 700
- 13.7 Integrales triples en coordenadas cartesianas 706
- 13.8 Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas 713
- 13.9 Cambio de variable en integrales múltiples 718
- 13.10 Repaso del capítulo 728
- Problemas de repaso e introducción 730

## 14 Cálculo vectorial 731

- 14.1 Campos vectoriales 731
- 14.2 Integrales de línea 735
- 14.3 Independencia de la trayectoria 742
- 14.4 Teorema de Green en el plano 749
- 14.5 Integrales de superficie 755
- 14.6 Teorema de divergencia de Gauss 764
- 14.7 Teorema de Stokes 770
- 14.8 Repaso del capítulo 773

### Apéndice A-1

- A.1 Inducción matemática A-1
- A.2 Demostración de varios teoremas A-3

### Respuestas a problemas con número impar A-7

### Índice I-1

### Créditos de fotografías C-1