



## INDICE

### CAPITULO I

#### Conceptos básicos

	Página
<b>1. Introducción</b> .....	<b>1</b>
1. Diferencias finitas (1).- 2 Determinación de las diferencias de una función (2).- 3. Ecuación en diferencias (4).- 4. Clasificación de las ecuaciones (5).- 5. Origen de la ecuación (6).	
<b>2. Teoría de las soluciones</b> .....	<b>7</b>
1. Teorema 1 (de existencia y unicidad de la solución)(7).- 2. La ecuación lineal homogénea (8).- 3. Teorema 2 (sobre la homogeneidad de la solución) (9).- 4. Teorema 3 (sobre la linealidad de las soluciones) (9).- 5. Corolario de los teoremas 2 y 3 (9).- 6. Teorema 4 (sobre la solución compleja de la ecuación homogénea) (9).- 7. Dependencia lineal de funciones. Determinante de Casorati (10).- 8. Teorema 5 (de la dependencia lineal de funciones) (10).- 9. Teorema 6 (de la independencia lineal de las soluciones) (11).- 10. Teorema 7 (Principio de superposición) (11).- 11. Corolario del teorema 7 (12).- 12. Sistema fundamental de soluciones (12).- 13. La ecuación lineal no homogénea (12).- 14. Teorema 8 (sobre la solución general) (13).- 15. Teorema 9 (sobre la solución compleja de la ecuación no homogénea) (13).-	
<b>3. Sucesiones</b> .....	<b>15</b>
1. Sucesiones convergentes (15).- 2. Sucesiones divergentes (16). - 3. Sucesiones oscilantes (16).- 4. Suma, producto y cociente de sucesiones (16).- 5. Sucesión suma (16).- 6. Sucesión producto (17).- 7. Sucesión cociente (17).- 8. Algunos casos de indeterminación (18).-	

### CAPITULO II

#### La ecuación lineal de primer orden

<b>4. El método recurrente</b> .....	<b>19</b>
1. La ecuación lineal general de primer orden (19).- 2. La ecuación homogénea de coeficientes constantes (20).- 3. La ecuación no homogénea. Segundo miembro : constante (23).- 4. La ecuación no homogénea.	

## IV

Segundo miembro : tipo exponencial (24).- 5. Limitaciones del método recurrente (25).- Aplicaciones al cálculo financiero (25).- Aplicaciones a la economía (27).-

### CAPITULO III

#### Ecuaciones lineales homogéneas de coeficientes constantes

- 5. La ecuación de segundo orden** . . . . . 33
1. El método de D'Alembert (33).- 2. Caso de raíces reales y distintas (34).- 3. Caso de raíces reales y coincidentes (36).- 4. Caso de raíces complejas (38).- 5. Comportamiento de la solución (47).- 6. La ecuación de primer orden (49).- Aplicaciones a la economía (49).-
- 6. Las ecuaciones de orden superior** . . . . . 52
1. El método de D'Alembert (52).- 2. Caso de raíces distintas (53).- 3. Caso de raíces coincidentes (55).- 4. Caso general (59).- 5. Caso de raíces complejas (59).- 6. Comportamiento de la solución (60).- 7. La ecuación característica (60).- Aplicaciones a la economía (79).

### CAPITULO IV

#### Ecuaciones lineales no homogéneas de coeficientes constantes

- 7. El método de los coeficientes indeterminados** . . . . . 83
1. Introducción (83).- 2. Tipo polinomio (84).- 3. Tipo exponencial (91).- 4. Tipo sinusoidal (95).- 5. Tipo sinusoidal progresiva (99).- 6. Resumen (103).- 7. Otro método para las de tipo sinusoidal (106).- 8. Tipo hiperbólico (111).- Aplicaciones al cálculo financiero (113).- Aplicaciones a la economía (117).

### CAPITULO V

#### Operadores

- 8. Los operadores diferencia y desplazamiento** . . . . . 123
1. El operador diferencia (123).- 2. El operador desplazamiento (123).- 3. El operador identidad (124).- 4. Propiedad de linealidad de los operadores (124).- 5. Diferencia del producto y del cociente de funciones (125).- 6. Relación de los operadores (127).- 7. Diferencias sucesivas de

un polinomio (127).- 8. La función factorial (128).- 9. Diferencias sucesivas de la función factorial (132).- 10. Métodos para expresar polinomios ordinarios como factoriales (133).- 11. Diferencias sucesivas de la función exponencial (135).- 12. Diferencias sucesivas de la función sinusoidal (135). 13. Diferencias sucesivas del número combinatorio (137).-	
<b>9. El operador suma</b> . . . . .	<b>139</b>
1. Suma indefinida (139).- 2. Propiedad de linealidad del operador suma (140).- 3. Sumación por partes (141).- 4. Sumas indefinidas de la función factorial (141).- 5. Sumas indefinidas de la función exponencial (142).- 6. Sumas indefinidas de la función sinusoidal (142).- 7. La función Digamma (143).- 8. Ecuaciones simples de raíz característica 1 (145).- 9. Sumas indefinidas del número combinatorio (147).-	
<b>10. El polinomio operador</b> . . . . .	<b>148</b>
1. Introducción (148).- 2. Aplicaciones del polinomio operador (149).- 3. El polinomio operador inverso (150).-	

## CAPITULO VI

### Ecuaciones lineales de coeficientes constantes

<b>11. Los métodos simbólicos</b> . . . . .	<b>153</b>
1. La ecuación homogénea (153).- 2. La ecuación no homogénea (154).- 3. Polinomio (155).- 4. Constante (158).- 5. Producto de una exponencial por una función (159).- 6. Tipo exponencial (160).- 7. El método del anulador (162).-	

## CAPITULO VII

### La transformación discreta de Laplace

<b>12. Aplicación a la resolución de ecuaciones lineales</b> . . . . .	<b>167</b>
1. Definición de la transformación (167).- 2. La serie geométrica (168).- 3. Traslación de la función objeto (171).- 4. La serie binómica (173).- 5. Propiedad de linealidad de la transformación (175).- 6. Imágenes de las funciones circulares (176).- 7. Imágenes de las funciones hiperbólicas (177).- 8. Derivadas de la función imagen (178).- 9. Determinación de funciones objeto (180).- 10. El producto de funciones objeto (184).- 11. Función imagen de las diferencias (187).- 12. Función imagen racional (188).- 13. El método de Laplace (192).-	

## CAPITULO VIII

Ecuaciones lineales de coeficientes variables, no lineales  
y en diferencias parciales

<b>13. Ecuaciones lineales de coeficientes variables</b> . . . . .	<b>199</b>
1. Introducción (199).- 2. La ecuación de primer orden (199).- 3. El método de variación de los parámetros de Lagrange (201).- 4. Reducción del orden de la ecuación (206).- 5. Factorización del polinomio operador (208).- 6. Simplificación por diferencias (211).- 7. Método de desarrollo en serie (212).- 8. Cambio de variables (214).- 9. Composición de la ecuación (215).- Aplicaciones a la economía (216).-	
<b>14. Ecuaciones no lineales</b> . . . . .	<b>219</b>
1. Introducción (219).- 2. Un caso clásico (219).- 3. Las ecuaciones en diferencias de Riccati (221).- 4. Ecuaciones homogéneas en la función incógnita (226).- 5. Las ecuaciones en diferencias de Clairaut (228).- 6. Cambio de variables (229).-	
<b>15. Ecuaciones en diferencias parciales</b> . . . . .	<b>233</b>
1. Introducción (233).- 2. Diferencias parciales y operadores de funciones de dos variables (233).- 3. Ecuaciones en diferencias parciales (234).- 4. Ecuaciones lineales homogéneas (235).- 5. Las ecuaciones en diferencias parciales de Euler (241).- 6. Ecuaciones lineales no homogéneas (243).-	

## CAPITULO IX

## Sistemas de ecuaciones lineales

<b>16. Conceptos básicos</b> . . . . .	<b>247</b>
1. Introducción (247).- 2. Reducción de ecuaciones de orden superior a sistemas de ecuaciones de primer orden (247).- 3. Teorema de existencia y unicidad para sistemas (249).- 4. Sistema fundamental de soluciones (250).- 5. Solución general de sistemas no homogéneos (250).-	
<b>17. Métodos básicos de resolución</b> . . . . .	<b>252</b>
1. El método de D'Alembert (252).- 2. El método de Laplace (257).- 3. El método de Gauss (259).-	

## CAPITULO X

## Sistemas normales de ecuaciones de coeficientes constantes

18. El método recurrente . . . . . 265
1. Sistemas homogéneos (265).- 2. Ecuación característica de una matriz cuadrada (266).- 3. Potencia de una matriz por relación de semejanza (268).- 4. Casos singulares (274).- 5. Potencia de una matriz por aplicación del teorema de Cayley-Hamilton (277).- 6. Sistemas no homogéneos (283).- Aplicaciones a la economía (287).-

## CAPITULO XI

## Sistemas generales de ecuaciones de coeficientes constantes

19. Los métodos simbólicos . . . . . 293
1. Sistemas homogéneos (293).- 2. El método de la matriz adjunta (294).- 3. Sistemas no homogéneos (297).- 4. El método de Gauss (300).-

## CAPITULO XII

## Problemas de contorno

20. El problema de contorno de segundo orden . . . . . 307
1. Introducción (307).- 2. El problema homogéneo (307).- 3. El problema no homogéneo (309).- 4. El problema de Sturm-Liouville (312).- 5. Las autofunciones (316).- 6. Funciones ortogonales (317).-

## CAPITULO XIII

## Teoría de la estabilidad

21. El primer método de Liapunov . . . . . 321
1. Introducción (321).- 2. Estado de equilibrio (322).- 3. Equilibrio estable (324).- 4. Equilibrio asintóticamente estable (326).- 5. Equilibrio inestable (327).- 6. El diagrama de estados (327).- 7. Estabilidad de la solución trivial (335).-

<b>22. Los coeficientes de la ecuación y la estabilidad asintótica</b> . . . . .	<b>336</b>
1. La ecuación de segundo orden (336).- 2. La región de estabilidad asintótica (337).- 3. Condiciones necesarias de estabilidad asintótica (342).- 4. La ecuación de tercer orden (344).- 5. El teorema de Schur (346).- 6. El método de condensación de Chiò para el cálculo de determinantes (347).- Aplicaciones a la economía (351).-	
<b>23. El segundo método de Liapunov.</b> . . . . .	<b>353</b>
1. El teorema de Liapunov sobre la estabilidad asintótica (353).- 2. El segundo método para sistemas normales de coeficientes constantes (353).- 3. Normas de vectores y matrices (358).- 4. Matrices de elementos no negativos (359).- 5. Matrices de permutación (361).- 6. Partición de matrices (364).- 7. Matrices descomponibles y no descomponibles (365).- 8. Condiciones de descomponibilidad y de no descomponibilidad (366).- 9. Los teoremas de Perron y Frobenius (367).- 10. Sistemas con matrices de Minkowski (368).- 11. Matrices de Markov (374).- 12. Sistemas con matrices de Markov (379).- Aplicaciones a la economía (381).-	

## CAPITULO XIV

### Las ecuaciones en diferencias y las ecuaciones diferenciales

<b>24. Analogía de los cálculos</b> . . . . .	<b>385</b>
1. Función definida en un conjunto de valores de incremento $h$ (385).- 2. Relación de los operadores de diferencias y diferenciales (388).- 3. Analogía del cálculo de diferencias con el diferencial (390).- 4. Las ecuaciones en diferencias (391).- 5. La ecuación en diferencias como aproximación de la ecuación diferencial (394).- 6. Ecuaciones mixta diferencia-diferenciales (396).-	
Respuestas . . . . .	399
Bibliografía . . . . .	409
Índice alfabético . . . . .	411