

# Contenido

---

## CAPÍTULO 1

<b>Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción a la economía matemática.....	1
1.2 Introducción al álgebra matricial en la ciencia económica y empresarial	6
<b>Apuntes de historia.</b> Evolución histórica de la Economía Matemática.....	10
<b>Prácticas con Derive</b> .....	12
<b>Páginas Web relacionadas</b> .....	18

## CAPÍTULO 2

<b>Cálculo matricial.....</b>	<b>19</b>
2.1 Introducción .....	19
2.2 Definiciones y conceptos básicos.....	24
2.3 Operaciones con matrices .....	30
2.3.1. Suma de matrices .....	30
2.3.2. Resta de matrices.....	31
2.3.3. Producto de una matriz por un escalar .....	32
2.3.4. Producto de matrices .....	33
2.3.5. Potencia de matrices.....	35
2.4 Determinante de una matriz cuadrada.....	35
2.5 Matriz inversa de una matriz cuadrada .....	39
2.6 Rango de una matriz.....	43
2.7 Operaciones elementales en una matriz. Matrices equivalentes .....	46
2.8 Cálculo práctico del rango y de la inversa de una matriz.....	50

2.8.1. Cálculo del rango mediante operaciones elementales .....	50
2.8.2. Cálculo de la matriz inversa mediante operaciones elementales. Método de Gauss.....	50
2.9 Matrices particionadas por bloques.....	52
2.9.1. Partición en bloques de una matriz. Tipos particulares .....	52
2.9.2. Operaciones básicas con matrices particionadas en bloques.....	55
2.9.3. Determinante de una matriz particionada.....	57
2.9.4. Inversa de una matriz particionada.....	59
2.10 Aplicaciones en economía y empresa.....	60
2.10.1. Cálculo de inventarios .....	60
2.10.2. Planificación de la producción por niveles.....	61
2.10.3. Relaciones intersectoriales. El modelo input-output (insumo-producto) de Leontief.....	67
2.10.4. Modelización lineal estocástica. Regresión lineal.....	75
<b>Apuntes de historia.</b> Notas biográficas I: James Joseph Silvestre (1814-1897).....	78
Notas biográficas II: Wassily W. Leontief (1906-1999).....	79
Lecturas de textos clásicos: Wassily W. Leontief y otros	79
<b>Prácticas con Derive</b> .....	<b>80</b>
<b>Páginas Web relacionadas</b> .....	<b>86</b>
<b>Ejercicios propuestos</b> .....	<b>88</b>

## CAPÍTULO 3

<b>Sistemas de ecuaciones lineales</b> .....	<b>95</b>
3.1 Introducción .....	95
3.2 Planteamiento y discusión del problema .....	99
3.3 Resolución de sistemas de ecuaciones lineales .....	104
3.3.1. Sistemas compatibles. Regla de Cramer .....	107
3.3.2. Método de Gauss.....	111
3.4 Existencia de solución no negativa. Condición de Hawkins-Simon .....	114
3.5 Aplicaciones en economía y empresa .....	116
3.5.1. Modelos de equilibrio.....	116
3.5.2. Ajuste de curvas polinómicas.....	117
3.5.3. Modelo input-output de Leontief .....	120
3.5.4. Contabilidad de costes.....	123

<b>Apuntes de historia.</b> Resolución de sistemas de ecuaciones lineales a través de la historia .....	126
Notas biográficas: Kenneth Joseph Arrow (1921- ) ....	127
Lecturas de textos clásicos: K. J. Arrow y F. Hahn, D. Hawkins y H. A. Simon .....	128
<b>Prácticas con Derive</b> .....	<b>133</b>
<b>Páginas Web relacionadas</b> .....	<b>137</b>
<b>Ejercicios propuestos</b> .....	<b>138</b>

CAPÍTULO 4

<b>Diagonalización de matrices</b> .....	<b>151</b>
4.1 Introducción .....	151
4.2 Concepto de matriz cuadrada diagonalizable .....	154
4.3 Teoría de autovalores y autovectores .....	157
4.4 Diagonalización de matrices cuadradas .....	169
4.4.1. Diagonalización de matrices reales .....	169
4.4.2. Diagonalización de matrices reales simétricas .....	176
4.5 Localización de autovalores .....	177
4.6 Aplicaciones en economía y empresa .....	180
4.6.1. Modelo input-output de Leontief .....	180
4.6.2. Análisis de Markov .....	187
<b>Apuntes de historia.</b> La teoría de diagonalización a través de la historia ....	191
Notas biográficas: Robert Merton Solow (1924- ) .....	192
Lecturas de textos clásicos: Robert M. Solow .....	192
<b>Prácticas con Derive</b> .....	<b>196</b>
<b>Páginas Web relacionadas</b> .....	<b>198</b>
<b>Ejercicios propuestos</b> .....	<b>199</b>

CAPÍTULO 5

<b>Matrices no negativas</b> .....	<b>211</b>
5.1 Introducción .....	211
5.2 Definiciones y propiedades de matrices no negativas.....	212
5.3 El teorema de Perron-Frobenius.....	213
5.4 Aplicaciones en economía y empresa .....	216

5.4.1. Modelo input-output de Leontief .....	216
5.4.2. Matrices de Markov .....	218
<b>Apuntes de historia.</b> Notas biográficas I: Ferdinand Georg Frobenius (1849-1917).....	222
Notas biográficas II: Oscar Perron (1880-1975) .....	223
Lecturas de textos clásicos: Lionel C. Robbins.....	224
<b>Prácticas con Derive</b> .....	<b>225</b>
<b>Páginas Web relacionadas</b> .....	<b>227</b>
<b>Ejercicios propuestos</b> .....	<b>228</b>
CAPÍTULO 6	
<b>Aplicaciones lineales y formas cuadráticas</b> .....	<b>233</b>
6.1 Introducción .....	233
6.2 Aplicaciones lineales.....	234
6.2.1. Definición y propiedades .....	234
6.2.2. Expresión matricial de una aplicación lineal.....	236
6.2.3. Operaciones con aplicaciones lineales. Matrices asociadas .....	239
6.3 Aplicaciones y formas bilineales.....	242
6.3.1. Definiciones .....	242
6.3.2. Expresión matricial de una forma bilineal .....	243
6.3.3. Formas bilineales simétricas y antisimétricas .....	245
6.4 Formas cuadráticas reales.....	246
6.5 Matrices y formas cuadráticas reales definidas. Clasificación.....	250
6.5.1. Definiciones y propiedades .....	250
6.5.2. Clasificación de matrices y formas cuadráticas .....	254
6.6 Formas cuadráticas reales restringidas. Clasificación .....	258
6.7 Aplicaciones en economía y empresa .....	262
6.7.1. Optimización libre de funciones reales de varias variables reales .....	262
6.7.2. Regresión lineal. Método de mínimos cuadrados ordinarios .....	265
<b>Apuntes de historia.</b> Notas biográficas: Leonid Vitaliyevich Kantorovich (1912-1986) .....	267
Lecturas de textos clásicos: Leonid V. Kantorovich ..	268
<b>Prácticas con Derive</b> .....	<b>270</b>
<b>Páginas Web relacionadas</b> .....	<b>272</b>
<b>Ejercicios propuestos</b> .....	<b>273</b>

<b>Apéndice 1. Estructura algebraica. Los conjuntos <math>\mathbb{R}^n</math> y <math>\mathbb{C}^n</math> .....</b>	<b>279</b>
A1.1 Estructuras algebraicas .....	279
A1.2 El cuerpo de los números complejos.....	281
A1.2.1. Definición y operaciones básicas .....	281
A1.2.2. Representación gráfica .....	286
A1.2.3. Representación polar y exponencial de un número complejo ...	287
A1.3 Espacios vectoriales. Ejemplos notables $\mathbb{R}^n$ y $\mathbb{C}^n$ .....	292
A1.4 Aplicaciones en economía y empresa.....	300
<b>Ejercicios propuestos .....</b>	<b>302</b>
 <b>Apéndice 2. Productos de Kroneker y derivación de matrices.....</b>	 <b>305</b>
A2.1 Productos de Kronecker .....	305
A2.2 Derivación de matrices .....	307
<b>Ejercicios propuestos .....</b>	<b>312</b>
 <b>Apéndice 3. Formas canónicas de Jordan .....</b>	 <b>313</b>
A3.1 Definición de forma canónica de Jordan .....	313
A3.2 Método de Caros.....	315
<b>Ejercicios propuestos .....</b>	<b>318</b>
 <b>Apéndice 4. Matrices descomponibles.....</b>	 <b>319</b>
A4.1 Matrices descomponibles e indescomponibles.....	319
<b>Ejercicios propuestos .....</b>	<b>322</b>
 <b>Bibliografía .....</b>	 <b>323</b>
Referencias sobre álgebra matricial y matemáticas.....	323
Referencias históricas y de análisis económico y empresarial .....	325