



## ÍNDICE

Prólogo .....	XIII
<b>Parte I: El papel de las Matemáticas en Economía y Empresa .....</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 1. Las Matemáticas en Economía y Empresa .....</b>	<b>3</b>
1.1 El uso de las Matemáticas en Economía y Empresa .....	3
1.1.a Economía Discursiva y Economía Matemática .....	3
1.1.b Modelo económico-matemático. Concepto y construcción .....	5
1.1.c Ventajas e inconvenientes del uso de las Matemáticas en Economía y Empresa .....	8
1.2 Lenguaje y razonamiento matemático .....	11
1.2.a Símbolos e ideas sobre el razonamiento matemático .....	12
1.2.b Nociones elementales sobre $\mathbb{R}$ y $\mathbb{R}^n$ .....	14
Apuntes de Historia .....	24
Precursores del uso de las Matemáticas en la Ciencia Económica y Empresarial .....	24
Notas Biográficas: William Stanley Jevons .....	25
Textos Clásicos: W. S. Jevons .....	26
Prácticas de Informática .....	28
Prácticas con Derive .....	28
Actividades en Internet .....	34
Ejercicios propuestos .....	36
Apéndice .....	38
<b>Parte II: Cálculo diferencial de funciones reales .....</b>	<b>41</b>
<b>Capítulo 2. Funciones reales de una variable real .....</b>	<b>43</b>
2.1 El concepto de función en Economía. Ejemplos .....	43
2.2 Definición y propiedades .....	46
2.3 Tipos de funciones .....	49
2.3.a Función explícita y función implícita .....	49
2.3.b Función compuesta y función inversa .....	51
2.3.c Función par y función impar .....	54
2.3.d Función periódica .....	55
2.3.e Función creciente y función decreciente .....	56
2.3.f Función cóncava y función convexa .....	57
2.4 Concepto de límite. Propiedades y cálculo .....	59
2.4.a Definición intuitiva de límite puntual. Límites laterales .....	59
2.4.b Definición formal de límite puntual. Límites laterales .....	62
2.4.c Cálculo de límites .....	64
2.5 Continuidad. Definición y propiedades .....	70

2.6 Derivabilidad. Definición y propiedades. Derivadas sucesivas .....	77
2.7 Diferenciabilidad. Definición y propiedades. Diferenciales sucesivas .....	91
2.8 Aproximaciones polinómicas. Desarrollo de Taylor .....	95
2.9 Representación gráfica de una función. Estudio analítico .....	99
2.10 Aplicaciones en Economía y Empresa. Funciones notables. Marginalidad y elasticidad .....	106
Apuntes de Historia .....	119
<i>El lenguaje de la teoría de funciones en Economía</i> .....	119
<i>Notas Biográficas: Antoine Augustin Cournot</i> .....	120
<i>Textos Clásicos: A. A. Cournot</i> .....	121
Prácticas de Informática .....	125
<i>Prácticas con Derive</i> .....	125
<i>Actividades en Internet</i> .....	128
Ejercicios propuestos .....	130
<b>Capítulo 3. Funciones reales de varias variables reales .....</b>	<b>137</b>
3.1 Funciones de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^m$ .....	137
3.1.a <i>Definición de funciones de <math>\mathbb{R}^n</math> en <math>\mathbb{R}^m</math></i> .....	144
3.1.b <i>Funciones de <math>\mathbb{R}^2</math> en <math>\mathbb{R}</math>. Representación gráfica</i> .....	144
3.2 Límite puntual de una función de varias variables reales .....	151
3.2.a <i>Límite puntual de una función de <math>\mathbb{R}^2</math> en <math>\mathbb{R}</math>. Límites direccionales</i> .....	151
3.2.b <i>Cálculo de límites dobles. Propiedades</i> .....	158
3.2.c <i>Límite de una función de <math>\mathbb{R}^n</math> en <math>\mathbb{R}^m</math></i> .....	161
3.3 Continuidad. Definición y propiedades .....	162
3.4 Derivabilidad parcial. Definición y propiedades .....	164
3.5 Derivadas parciales sucesivas .....	170
3.6 Incremento y diferencial .....	172
3.7 Diferenciales sucesivas .....	179
3.8 Aproximaciones polinómicas. Desarrollo de Taylor .....	180
3.9 Funciones convexas. Diferenciabilidad y convexidad .....	182
3.10 Aplicaciones en Economía y Empresa .....	184
Apuntes de Historia .....	188
<i>Funciones reales de varias variables reales en Economía</i> .....	188
<i>Notas Biográficas: Alfred Marshall</i> .....	188
<i>Textos Clásicos: A. Marshall, V. Pareto, J. A. Schumpeter</i> .....	190
Prácticas de Informática .....	196
<i>Prácticas con Derive</i> .....	196
<i>Actividades en Internet</i> .....	199
Ejercicios propuestos .....	200
<b>Capítulo 4. Funciones compuestas, inversas e implícitas .....</b>	<b>205</b>
4.1 Función compuesta .....	205
4.1.a <i>La regla de la cadena para la derivación</i> .....	210
4.2 Función inversa .....	218
4.3 Función implícita .....	226

4.4 Aplicaciones en Economía y Empresa .....	236
Apuntes de Historia .....	246
<i>El papel de algunas funciones matemáticas en la modelización económica</i> ...	246
<i>Notas Biográficas: Paul A. Samuelson</i> .....	247
<i>Textos Clásicos: A. Cournot, W. Jevons, W. Pareto, P. Samuelson</i> .....	248
Prácticas de Informática .....	254
<i>Prácticas con Derive</i> .....	254
<i>Actividades en Internet</i> .....	257
Ejercicios propuestos .....	259
<b>Capítulo 5. Funciones homogéneas</b> .....	<b>267</b>
5.1 Justificación económica .....	267
5.2 Definición e interpretación. Aspectos geométricos .....	275
5.2.a <i>Definición e interpretación</i> .....	275
5.2.b <i>Aspectos geométricos de las funciones homogéneas</i> .....	278
5.3 Propiedades básicas de las funciones homogéneas .....	282
5.4 Teorema de Euler. Interpretación económica .....	286
5.5 Generalizaciones .....	291
5.5 a <i>Funciones homogéneas y homotéticas</i> .....	291
5.6 Aplicaciones en Economía y Empresa .....	293
Apuntes de Historia .....	305
<i>Las funciones homogéneas y el análisis de la distribución según la productivi-</i> <i>dad marginal</i> .....	305
<i>Notas Biográficas: P.H. Wicksteed</i> .....	306
<i>Textos Clásicos: P.H. Wicksteed</i> .....	307
Prácticas de Informática .....	311
<i>Prácticas con Derive</i> .....	311
<i>Actividades en Internet</i> .....	313
Ejercicios propuestos .....	314
<b>Parte III: Teoría clásica de optimización matemática</b> .....	<b>323</b>
<b>Capítulo 6. Introducción a la optimización matemática.</b>	
<b>Optimización clásica libre</b> .....	<b>325</b>
6.1 El problema de optimización .....	325
6.1.a <i>Breve aproximación histórica a la Optimización Matemática</i> .....	326
6.1.b <i>Clasificación de los problemas de Optimización Matemática</i> .....	327
6.1.c <i>Planteamiento del problema</i> .....	329
6.1.d <i>Definición y existencia de óptimos</i> .....	330
6.1.e <i>Métodos de resolución</i> .....	333
6.2 La optimización libre en el contexto económico-empresarial .....	336
6.3 Una variable de decisión .....	339
6.3.a <i>Estudio de los puntos críticos: clasificación</i> .....	341
6.4 Varias variables de decisión .....	346
6.4.a <i>Estudio de los puntos críticos: clasificación</i> .....	351

6.5 El signo de una forma cuadrática . . . . .	355
6.6 Condiciones suficientes de óptimo local . . . . .	361
6.7 Convexidad y optimalidad global . . . . .	365
6.8 Aplicaciones en Economía y Empresa . . . . .	367
Apuntes de Historia . . . . .	372
<i>Optimización Matemática y Teoría Económica</i> . . . . .	372
<i>Notas Biográficas: León Walras</i> . . . . .	373
<i>Textos Clásicos: L. Walras</i> . . . . .	374
Prácticas de Informática . . . . .	377
<i>Prácticas con Derive</i> . . . . .	377
<i>Actividades en Internet</i> . . . . .	379
Ejercicios propuestos . . . . .	380
<b>Capítulo 7. Optimización clásica condicionada o restringida . . . . .</b>	<b>385</b>
7.1 Introducción . . . . .	385
7.2 Método de sustitución . . . . .	389
7.3 El método de los multiplicadores de Lagrange . . . . .	392
7.3.a <i>Condiciones suficientes de óptimo condicionado</i> . . . . .	399
7.3.b <i>El hessiano orlado</i> . . . . .	403
7.4 Condiciones suficientes de optimalidad global . . . . .	410
7.5 Interpretación de los multiplicadores de Lagrange . . . . .	411
7.6 Aplicaciones en Economía y Empresa . . . . .	414
Apuntes de Historia . . . . .	419
<i>El uso de los multiplicadores de Lagrange en Economía</i> . . . . .	419
<i>Notas Biográficas: Francis Ysidro Edgeworth</i> . . . . .	421
<i>Textos Clásicos: F.Y. Edgeworth</i> . . . . .	421
Prácticas de Informática . . . . .	423
<i>Prácticas con Derive</i> . . . . .	423
<i>Actividades en Internet</i> . . . . .	425
Ejercicios propuestos . . . . .	426
<b>Parte IV: Cálculo integral . . . . .</b>	<b>433</b>
<b>Capítulo 8: Integral de Riemann . . . . .</b>	<b>435</b>
8.1 El concepto de integral en Economía. Ejemplos . . . . .	435
8.2 El concepto de integral en Matemáticas . . . . .	437
8.2.a <i>Construcción de la integral de Riemann</i> . . . . .	437
8.2.b <i>Propiedades fundamentales de la integral de Riemann</i> . . . . .	440
8.2.c <i>Condiciones de integrabilidad</i> . . . . .	441
8.3 La integral como antiderivada: integral indefinida . . . . .	441
8.3.a <i>Resultados fundamentales</i> . . . . .	443
8.3.b <i>Cálculo de funciones primitivas</i> . . . . .	445
8.4 Métodos elementales de integración . . . . .	446
8.4.a <i>Cambios de variables básicos</i> . . . . .	446

8.4.b Integración por partes .....	450
8.4.c Integración de funciones racionales por descomposición .....	452
8.4.d Integración por desarrollo en serie de Taylor .....	458
8.4.e Cambios de variables para integrales de funciones no racionales ....	460
8.5 El uso de la integración en la ciencia económica .....	462
8.5.a Obtención de funciones totales a partir de funciones marginales .....	462
8.5.b Excedente del consumidor (o del demandante) .....	462
8.5.c Excedente del productor (o del oferente) .....	464
8.5.d Función de distribución en estadística .....	465
8.5.e Valor actual de un flujo de dinero .....	467
8.5.f Valor medio de una función en un intervalo .....	468
8.5.g Análisis dinámico .....	469
Apuntes de Historia .....	471
<i>El cálculo integral en la Economía</i> .....	471
<i>Notas Biográficas: Vilfredo Pareto</i> .....	472
<i>Textos Clásicos: W.S. Jevons, V. Pareto y E. Barone</i> .....	473
Prácticas de Informática .....	477
<i>Prácticas con Derive</i> .....	477
<i>Actividades en Internet</i> .....	478
Ejercicios propuestos .....	480
<b>Capítulo 9: Extensiones de la integral de Riemann .....</b>	<b>485</b>
9.1 Integrales impropias y múltiples en Economía. Ejemplos .....	485
9.2 Integrales impropias .....	486
9.2.a Criterios de convergencia .....	491
9.2.b Integrales impropias especiales: funciones eulerianas .....	494
9.3 Integrales múltiples .....	499
9.3.a Cálculo de integrales dobles .....	501
9.3.b Cambio de variables en una integral doble .....	505
9.3.c Integrales triples .....	510
9.4 Aplicaciones en Economía y Empresa .....	512
9.4.a Función de distribución en Estadística .....	512
9.4.b Valor actual de un flujo de dinero .....	515
9.4.c Valor medio de una función en un recinto .....	516
Apuntes de Historia .....	517
<i>Precursores del uso del cálculo integral en la Economía a través</i> <i>de la Estadística</i> .....	517
<i>Notas Biográficas: Pierre-Simon Laplace</i> .....	518
<i>Textos Clásicos: A.A. Cournot</i> .....	519
Prácticas de Informática .....	523
<i>Prácticas con Derive</i> .....	523
<i>Actividades en Internet</i> .....	524
Ejercicios propuestos .....	525
<b>Referencias Bibliográficas .....</b>	<b>531</b>