

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	9
El lenguaje matemático	11
Producto cartesiano	12
Relaciones binarias	12
Los Conjuntos numéricos	16
Conjuntos de números reales	17
Intervalos	17
Valor absoluto - módulo	20
Elementos de la Teoría de Conjunto de puntos	23
Ejercicios propuestos	28
Polinomios, factorio, ecuaciones polinómicas	29
Ecuaciones-Identities	34
Inecuaciones polinómicas y racionales	35
Algunas operaciones y sus principales propiedades	37
Binomio de Newton	40
Notación científica	42
 FUNCIONES	 43
Funciones escalares	45
Dominio de una función escalar	46
Conjunto Imagen	47
Ceros o raíces	48
Intersección con el eje y	50
Conjunto de positividad y negatividad	50
Clasificación de las funciones	51
Función inversa	54
Función compuesta	58
Análisis y representación gráfica de las funciones más importantes ..	60
Funciones polinómicas	60
Función lineal	61
Función cuadrática	70
Función cúbica	74
Función raíz cuadrada	74

Función homográfica	75
Función logaritmo.....	76
Función exponencial.....	79
Generalización del desplazamiento de la gráfica de una función	82
Aplicaciones de la función exponencial	84
La Curva logística.....	84
Funciones racionales.....	86
Funciones trigonométricas.....	88
Funciones hiperbólicas	94
Funciones especiales.....	96
Función módulo.....	96
Función signo	99
Función parte entera	99
Función mantisa.....	100
Funciones por ramas.....	100
Otras curvas - La circunferencia y la elipse.....	101
Funciones medias	102
Curvas definidas en forma paramétrica	103
Ejercicios propuestos	104
Respuestas	110
Aplicaciones a la economía	115
Noción de modelo económico	115
Las funciones económicas más comunes.....	115
Función de demanda.....	116
Función de oferta.....	120
El equilibrio	121
Función de costo.....	124
Función de ingreso.....	126
Función de beneficio	127
El interés compuesto. Aplicación de funciones exponenciales y logarítmicas	128
Los logaritmos y la tasa de crecimiento.....	130
Mercado de competencia perfecta y mercado monopolístico.....	131
Problemas propuestos	132
Respuestas	135
LIMITE	137
Concepto.....	139

Definiciones.....	140
Interpretación geométrica.....	141
Propiedades de los límites	143
Infinitésimos.....	145
Relación fundamental del límite.....	147
Álgebra de límites.....	147
Generalización del concepto de límite.....	148
Límite infinito en un punto.....	150
Límite en infinito o de variable infinita.....	152
Operaciones con infinito	156
Límites laterales.....	157
Indeterminaciones.....	159
Cociente de infinitésimos	160
Cociente de infinitos.....	165
Suma de infinitos de distinto signo	168
El número e (1^∞)	169
Comparación de infinitésimos	171
Comparación de infinitos	173
Ejercicios generales resueltos.....	175
Ejercicios propuestos.....	180
Respuestas	185
Asíntotas	187
Ejercicios generales resueltos.....	190
Ejercicios propuestos.....	194
Respuestas	195
Aplicaciones a la economía	196
Capitalización continua – aplicación del número e	196
Tasa proporcional y efectiva	197
Valor actual de un valor o ingreso a futuro	198
Descuento	198
Ejercicios propuestos.....	202
Respuestas	202

CONTINUIDAD.....203

Continuidad en un punto	205
Funciones discontinuas, clasificación.....	206
Álgebra de funciones continuas.....	208
Continuidad de la función compuesta	209

Propiedades de las funciones continuas en un intervalo cerrado	210
Teorema de Bolzano	210
Teorema del valor intermedio.....	211
Teoremas de Weierstrass.	212
Ejercicios generales resueltos	213
Ejercicios propuestos	218
Respuestas	222
Aplicaciones a la economía	224
Las funciones discontinuas en la economía.....	224

DERIVADAS 227

Concepto.....	229
Definición	229
Función derivada	231
Interpretación geométrica	231
Relación entre la derivabilidad y la continuidad	232
Cálculo de funciones derivadas	233
Derivada de la función constante.....	233
Derivada de la función identidad.....	233
Derivada de $k \cdot f(x)$	233
Derivada de la función x^3	233
Derivada de la suma de dos funciones.....	233
Derivada del producto de dos funciones.....	234
Derivada del seno	235
Derivada del logaritmo natural	235
Derivada de la función compuesta.....	235
Método de la derivada logarítmica	236
Derivada del producto	236
Derivada del cociente	236
Derivada de la función potencial	237
Derivada de la función exponencial	238
Derivada de la función potencial-exponencial	238
Derivada de las funciones hiperbólicas	238
Derivada de la función inversa	239
Derivada de las funciones circulares inversas	239
Derivada de las funciones hiperbólicas inversas	241
Análisis de la paridad de la función derivada	242

Derivadas laterales.....	242
Clasificación de los puntos a partir de las derivadas laterales.....	242
Derivada infinita - Derivadas laterales infinitas	242
Derivadas sucesivas.....	244
Recta tangente y recta normal a una curva en un punto	246
Ángulo entre dos curvas	247
Derivada de la función implícita	248
Derivadas sucesivas en forma implícita	249
Tabla de derivadas	250
Tasa o razón de cambio de una función	251
Ejercicios generales resueltos.....	252
Ejercicios propuestos	257
Respuestas	262
Aplicaciones a la economía	265
Funciones marginales	265
Ingreso marginal.....	265
Costo marginal.....	267
Demanda marginal.....	269
Producto marginal	269
Una aplicación macroeconómica de la derivada	270
Ejercicios resueltos de funciones marginales	272
Elasticidad	274
Elasticidad de las funciones económicas.....	277
Elasticidad de la demanda	277
Elasticidad puntual	277
Relación entre el ingreso marginal y la elasticidad	281
La elasticidad de la función costo, el costo medio y el costo marginal.....	283
Ejercicios propuestos	284
Respuestas	287
DIFERENCIAL	289
Diferencial de una función en un punto	291
Función diferencial.....	291
Relación entre el incremento y el diferencial	292
Condición para que una función sea diferenciable	292

Interpretación geométrica	292
Algebra de diferenciales	293
Aproximación lineal utilizando diferenciales	293
Cálculo de errores o incertezas aplicando diferenciales	294
La derivada logarítmica para el cálculo de errores	295
Derivada de una función en forma paramétrica.....	295
Derivadas sucesivas.....	295
Diferenciales sucesivos.....	296
Otra forma de calcular derivadas de funciones implícitas	297
Ejercicios generales resueltos	298
Ejercicios propuestos	301
Respuestas	302
Aplicaciones a la economía	303
La elasticidad y la derivada logarítmica	303
Ejercicios propuestos - Respuestas	304

ANÁLISIS DE FUNCIONES305

Funciones crecientes y decrecientes	307
Criterio de la derivada primera	307
Crecimiento en un intervalo.....	308
Función monótona	309
Extremos absolutos.....	309
Extremos relativos	309
Criterios para el cálculo de extremos relativos.....	310
Puntos críticos.....	311
Concavidad de una función	313
Punto de inflexión.....	315
Análisis completo de una función.....	316
Ejercicios generales de aplicación resueltos	324
Ejercicios propuestos	330
Respuestas	334
Aplicaciones a la economía	337
Optimización de funciones económicas	337
Funciones de producción, producto medio y producto marginal.....	337
Elasticidad de la producción.....	339
Maximización de beneficios	339
Ejercicios propuestos	344
Respuestas	346

TEOREMAS DE FUNCIONES DERIVABLES 347

Teorema de Rolle	349
Ejercicios resueltos	351
Teorema del valor medio de Lagrange	353
Ejercicios resueltos	355
Teorema de Cauchy	357
Ejercicios resueltos	358
Teorema de L'Hopital	360
Aplicación del Teorema de L'Hopital a otras indeterminaciones	362
Casos en que no se puede aplicar el Teorema de L'Hopital	365
Más ejemplos de límites resueltos	367
Ejercicios generales resueltos	369
Ejercicios propuestos	373
Respuestas	379

FORMULA DE TAYLOR Y MAC LAURIN..... 383

Polinomio de Taylor	385
Término complementario	388
Fórmula de Taylor	388
Fórmula de Mac Laurin	390
Ejercicios generales resueltos	393
Ejercicios propuestos	396
Respuestas	398

INTEGRAL INDEFINIDA..... 401

Concepto	401
Definición	401
Integrales inmediatas	402
Tabla de integrales	403
Métodos de integración	406
Método de sustitución	406
Algunas sustituciones especiales	407
Método de integración por partes	412
Método de integración por descomposición en fracciones simples ..	416

Integrales trigonométricas	425
Integrales racionales	428
Combinando métodos	430
Ejercicios generales resueltos	434
Ejercicios propuestos	435
Respuestas	439
Aplicaciones a la economía	444
Integración de funciones marginales	444
Cálculo del costo total y medio a partir del costo marginal.....	445
Cálculo del ingreso total y medio a partir del ingreso marginal.....	446
Cálculo del beneficio total a partir del ingreso y del costo marginal	446
Cálculo del consumo a partir de la propensión marginal a consumir o de la propensión marginal a ahorrar	447
Ejemplos de problemas resueltos.....	448
Ejercicios propuestos	450
Respuestas	451
INTEGRAL DEFINIDA	453
Concepto.....	455
Propiedades de la integral definida.....	459
Teorema del valor medio del cálculo integral	460
Función integral.....	462
Teorema fundamental del cálculo integral.....	462
Regla de Barrow	464
Área entre dos curvas	465
Ejercicios generales de aplicación propuestos	469
Ejercicios propuestos	472
Respuestas	477
Aplicaciones a la economía	479
Valor actual para un flujo de ingresos a futuro.....	479
Excedente del consumidor.....	479
Excedente del productor	479
Excedente del productor y del consumidor en situación de equilibrio.	480
Ejercicios propuestos	484
Respuestas	484
Integrales Impropias	485

Integrales impropias de 1° especie.....	485
Integrales impropias de 2° especie.....	487
Integrales impropias de 3° especie.....	490
Algunas integrales impropias famosas	492
La función Gamma	492
Curva de distribución normal	492
Ejercicios resueltos	493
Ejercicios propuestos.....	495
Respuestas	496

SUCESIONES Y SERIES..... 497

Definición	499
Representación gráfica	499
Igualdad	499
Sucesiones acotadas.....	500
Límite finito de una sucesión	500
Sucesión convergente	501
Propiedades de las sucesiones convergentes	501
Álgebra de las sucesiones convergentes.....	503
Límite infinito de una sucesión	503
Sucesión divergente.....	504
Subsucesiones.....	504
Sucesión oscilante	505
Sucesiones monótonas.....	505
Sucesión creciente	505
Sucesión decreciente	505
Teorema fundamental	506
Teoremas de Weierstrass	506
Criterio de D'Alambert.....	507
Algunos límites importantes.....	508
El número e	508
Comparación de sucesiones.....	509
Ejercicios resueltos	510
Ejercicios propuestos	513
Respuestas	515
Series.....	516

Series numéricas	516
Clasificación	516
Series geométricas	517
Serie telescópica	519
Propiedades de las series convergentes	521
Condición necesaria de convergencia de una serie.....	521
Serie de términos positivos	522
Criterio de comparación de Gauss	522
Criterio de comparación en el límite	525
Criterio de D'Alambert	525
Criterio de Raabe	527
Criterio de la raíz de Cauchy	527
Criterio de la integral de Cauchy	528
Las series p	528
Series alternadas	529
Criterio de Leibniz.....	529
Convergencia absoluta y condicional	533
Ejercicios resueltos	535
Serie de potencias	538
Teorema de Abel	539
Cálculo del radio de convergencia.....	540
Serie de Taylor y Mac Laurin.....	545
Otras formas de obtener desarrollos en serie	549
Sustitución	550
Teorema de derivación	552
Teorema de integración	553
Otras aplicaciones	554
Acotación de integrales definidas.....	554
Cálculo de límites	556
Ejercicios resueltos	557
Ejercicios propuestos	559
Respuestas	563
Aplicaciones a la economía	565
Valor actual de un renta perpetua con capitalización no continua ...	565
BIBLIOGRAFIA	567
INDICE	569