

# ÍNDICE

## 1.- INTRODUCCIÓN – EL ESPACIO MÉTRICO..... 9

Espacio métrico.....	11
Distancia.....	11
Espacio euclídeo n-dimensional .....	11
Conjuntos puntuales.....	12
Entorno.....	12
Entorno reducido.....	13
Puntos interiores, exteriores, aislados y frontera.....	13
Punto de acumulación.....	14
Recinto .....	14
Ejercicios propuestos.....	16
Respuestas.....	16
Revisión de las ecuaciones de las curvas en el plano.....	18
La función lineal.....	18
La circunferencia.....	20
La parábola.....	20
La elipse.....	22
La hipérbola.....	23
Sistema de Coordenadas Polares.....	24

## 2.- FUNCIONES DE DOS O MAS VARIABLES – LOS CAMPOS

### ESCALARES.....25

Las funciones de dos variables.....	27
Sistema de coordenadas tridimensional.....	28
Representación gráfica de superficies.....	30
Ecuación del plano.....	30
Representación gráfica de otras superficies.....	32
Aplicaciones a la Economía.....	35
Función de demanda.....	35
Plano de Balance.....	36
Función de Producción .....	36
Función de Producción Conjunta.....	36
Función de Utilidad.....	37

Ejercicios propuestos.....	39
Respuestas.....	40
Dominio.....	42
Rango.....	43
El dominio de funciones económicas.....	44
Ejercicios propuestos.....	46
Respuestas.....	48
Curvas y superficies de nivel.....	49
Aplicaciones a la economía.....	50
Curvas de indiferencia.....	50
Curvas isocuantas.....	53
Curvas de isocosto.....	53
Curva de transformación de producto.....	53
Curvas de isoingreso.....	53
Maximización y minimización a través de curvas de nivel.....	56
Máxima utilidad sujeta a restricción de ingreso.....	57
Máximo ingreso en producción conjunta sujeto a restricción de insumo.....	59
Maximización de la producción y minimización de costo.....	61
Superficies de nivel.....	65
Ejercicios propuestos.....	66
Respuestas.....	67

### **3.- LÍMITE Y CONTINUIDAD..... 69**

Límite finito de una función en un punto.....	71
Cálculo de límites por definición.....	73
Regla práctica para el cálculo de límites.....	74
Límites sucesivos o reiterados.....	75
Límite radial.....	76
Límite parabólico.....	77
Propiedades de los límites.....	78
Relación entre los límites dobles y las curvas de nivel.....	80
Límites en coordenadas polares.....	81
Continuidad.....	82
Funciones discontinuas.....	83
Discontinuidad evitable.....	83
Discontinuidad esencial.....	84

Ejercicios propuestos .....	86
Respuestas.....	89

#### **4.- DERIVADAS PARCIALES.....91**

Definición.....	93
Derivada de una función en un punto.....	93
Las derivadas parciales.....	94
Caso en que la función derivada no es continua en un punto.....	97
Caso en que la función está definida por ramas .....	98
Interpretación geométrica.....	98
Relación entre la derivabilidad y la continuidad.....	100
Derivadas de orden superior.....	101
Teorema de Schwarz.....	103
Ecuación de Laplace.....	109
Teorema del valor medio.....	105
Derivada direccional.....	108
Gradiente de una función.....	111
Aplicaciones económicas.....	113
Las derivadas de las funciones económicas.....	114
Funciones marginales.....	115
Demandas marginales - Clasificación de los bienes.....	116
Elasticidad.....	122
Ejercicios propuestos.....	129
Respuestas.....	132

#### **5.- DIFERENCIAL..... 137**

Para funciones de una variable.....	139
Diferencial de una función en un punto.....	139
Relación entre el incremento $\Delta y$ y el diferencial $dy$ .....	140
Para funciones de dos variables.....	140
Diferencial de una función en un punto.....	140
Relación entre el incremento $\Delta z$ y el diferencial $dz$ .....	142
Plano tangente.....	149
Generalización para funciones de $n$ variables.....	151
Diferenciales sucesivos.....	151

Diferenciales de orden $n$ .....	152
El diferencial y las derivadas direccionales.....	153
Aplicaciones económicas.....	154
Tasa marginal de sustitución.....	154
Interpretación geométrica.....	155
Tasa de sustitución técnica.....	155
Aplicación a la macroeconomía: el modelo IS-LM.....	157
Ejercicios propuestos.....	165
Respuestas.....	166

## **6.- FUNCIONES COMPUESTAS, IMPLÍCITAS Y HOMOGÉNEAS... 169**

Funciones compuestas.....	169
Derivadas de una función compuesta.....	170
Las funciones compuestas y la economía.....	173
Ejercicios propuestos.....	175
Respuestas.....	177
Funciones implícitas.....	178
Derivadas de funciones implícitas.....	179
Derivadas sucesivas.....	181
La ecuación del plano tangente y de la recta normal en forma implícita....	182
Las funciones implícitas y la economía.....	183
Funciones definidas implícitamente por sistemas de ecuaciones – Los jacobianos.....	184
Ejercicios propuestos.....	189
Respuestas.....	191
Funciones homogéneas.....	192
Propiedades de las funciones homogéneas.....	193
Las funciones homogéneas y la economía.....	198
La función de Cobb-Douglas.....	198
Los productos marginales homogéneos de grado 0.....	199
Trayectoria de expansión.....	201
Rendimientos a escala.....	202
Ejercicios integradores.....	206
Ejercicios propuestos.....	208
Respuestas.....	210

**7.- DESARROLLO DE FUNCIONES DE DOS VARIABLES..... 211**

Fórmula de Taylor y Mac Laurin.....	213
Aplicaciones económicas.....	220
Ejercicios propuestos.....	222
Respuestas.....	223

**8.- EXTREMOS.....225**

Extremos libres.....	227
Aplicaciones a la economía de los extremos libres.....	235
Ejercicios propuestos.....	242
Respuestas.....	244
Extremos condicionados.....	246
Método de los multiplicadores de Lagrange.....	246
Otra expresión de la condición suficiente – El hessiano orlado.....	249
Generalización a n variables.....	250
Aplicaciones económicas de los extremos condicionados.....	251
Interpretación económica de $\lambda$ .....	254
Ejercicios propuestos.....	256
Respuestas.....	259

**9.- INTEGRALES DOBLES – VOLUMEN.....261**

El área limitada por una función de una variable.....	263
Regla de Barrow.....	264
El problema del volumen – la integral doble.....	265
Cálculo de la integral doble mediante integrales iteradas.....	267
Cambio de variables.....	273
Integrales en coordenadas polares.....	274
Generalización de la integral doble – la integral triple.....	278
Integrales en coordenadas cilíndricas.....	280
Integrales en coordenadas esféricas.....	285
Ejercicios propuestos.....	287
Respuestas.....	290

<b>10.- ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN.....</b>	<b>291</b>
Ecuación diferencial ordinaria.....	293
Orden de una ecuación diferencial.....	293
Grado de una ecuación diferencial.....	293
Solución general de una ecuación diferencial.....	293
Solución particular.....	294
Solución singular.....	295
Ecuaciones diferenciales de variables separables.....	295
Ecuaciones diferenciales homogéneas.....	296
Ecuaciones diferenciales reducibles a homogéneas.....	297
Ecuaciones diferenciales de 1° orden lineales.....	300
Ecuaciones diferenciales totales exactas.....	301
Factor integrante.....	304
Ecuaciones diferenciales de Bernoulli.....	307
Trayectorias ortogonales.....	308
Aplicaciones a la economía.....	310
Modelo macroeconómico de Domar.....	314
Ejercicios propuestos.....	318
Respuestas.....	322
<b>11.- ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE SEGUNDO ORDEN CON COEFICIENTES CONSTANTES.....</b>	<b>325</b>
Ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden homogéneas.....	327
Ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden no homogéneas....	332
Métodos para hallar $y_p$ .....	333
Método de los coeficientes indeterminados.....	333
Método de las partes variables.....	336
Método Variación de Parámetros de Lagrange.....	338
Aplicaciones a la economía.....	345
La curva de Phillips y la interacción entre la inflación y el desempleo....	346
Ejercicios propuestos.....	348
Respuestas.....	349
Breve reseña bibliográfica.....	351
Índice.....	353