

INDICE

SINOPSIS	1
Definiciones	1
Signos	2
Número combinatorio	3
Fórmula de Newton para la potencia de un binomio	4
Ecuaciones algebraicas	5
Descomposición factorial de un polinomio	7
Logaritmos	11
Ecuaciones de la recta	13
Cónicas	15
Elementos de Trigonometría	18
1. NUMEROS REALES	21
Reseña histórica	23
Adición y multiplicación con números reales	24
Sustracción	25
División	25
Números reales positivos	25
Desigualdades	26
Ley de Tricotomía	27
Valor absoluto de un número real	27
Valor absoluto de la suma de 2 números	28
Valor absoluto del producto de 2 números	28
* Conjuntos lineales	29
Conjunto lineal acotado superiormente	30
Extremo superior o supremo	30
Máximo	31
Conjunto acotado inferiormente	31
Extremo inferior o ínfimo	32
Mínimo	32
Ejercicios de aplicación	32
Intervalo	33
Símbolos $+\infty$ y $-\infty$	34
Entorno de un punto	35
Entorno reducido de un punto	36
Punto de acumulación de un conjunto lineal	36
Punto aislado de un conjunto lineal	37
2. FUNCIONES	39
Reseña histórica	39
Relaciones	40

Funciones	42
— Determinación del dominio o conjunto existencial de una función .	45
Ejercicios de aplicación	46
Funciones algebraicas y trascendentes	48
Gráfica o grafo de funciones	49
Gráfica de la función polinómica de 1 ^{er} grado	51
Ejercicios propuestos	54
Aplicaciones de la función de 1 ^{er} grado a problemas sim- ples de Economía	55
Problemas de demanda	55
Problemas de oferta	57
Punto de equilibrio	58
Problemas propuestos	59
Aplicación de la función de 1 ^{er} grado a la Física	62
La función polinómica de 2 ^o grado	63
La parábola en Economía	70
Punto de equilibrio cuando figuran funciones parabólicas	70
Ejercicios propuestos	71
Función homográfica	76
Función exponencial	78
Función logarítmica	79
Gráfica de funciones trigonométricas	80
Funciones hiperbólicas	82
Función signo	83
Función parte entera	84
Función mantisa	85
Ejercicios propuestos sobre funciones	85
Función de función o función compuesta	94
Ejercicios propuestos de función de función	95
Función uno a uno o inyectiva	96
x Función inversa	97
Gráfica de una función y de función inversa	98
Ejercicios propuestos sobre funciones inversas	101
Funciones inversas de cada una de las funciones trigono- métricas: <i>sen</i> , <i>cos</i> , <i>tg</i> , en determinados intervalos	103
Funciones implícitas	104
Funciones definidas paramétricamente	105
Gráfica de algunas curvas comunes	109
⊗ 3. LIMITES	117
Reseña histórica	117
Límite de una función en un punto	117
Definición de límite de una función en un punto	121
Propiedades de los límites	124
Ejercicios resueltos	131

Ejercicios propuestos	132
Infinitésimos	132
Ejercicios propuestos	133
Expresión del límite de una función en un punto median- te el concepto de infinitésimo	134
Operaciones con infinitésimos	135
Límite de operaciones con funciones	138
Ejercicios de aplicación, resueltos	142
Límite de la suma y del producto de 2 funciones aplican- do la definición	142
Ejercicios propuestos de límites de operaciones con fun- ciones	147
Generalización del concepto de límite	154
Límite para $x \rightarrow \pm \infty$ de la función $f(x) = \frac{k}{x^p}$	157
Límites infinitos	159
Límite de operaciones con funciones que tienen límite infinito	164
Ejercicios propuestos con límites infinitos	165
Casos de indeterminación de límites	166
Ejercicios de aplicación $\frac{\rightarrow 0}{\rightarrow 0}$	168
Caso $\frac{\rightarrow \infty}{\rightarrow \infty}$	179
Ejercicios propuestos del caso $\frac{\rightarrow \infty}{\rightarrow \infty}$	182
Caso de indeterminación $(\rightarrow + \infty) + (\rightarrow - \infty)$	184
Ejercicios propuestos del tipo $(\rightarrow + \infty) + (\rightarrow - \infty)$	185
Casos de indeterminación $\rightarrow 1$	188
Ejercicios propuestos del tipo $\rightarrow 1$	194
4. ASINTOTAS	199
Ejercicios resueltos	203
Ejercicios propuestos	213
⊗ 5. CONTINUIDAD	219
Función continua en un punto de acumulación	219
Funciones discontinuas en un punto	221
Propiedades de la función continua en un punto	222
Función continua en un intervalo	225
Casos de la función continua en un intervalo	226
Teorema de los ceros o de Bolzano	228

Teorema de Cauchy	230
Primer Teorema de Weierstrass	230
Reseña histórica	231
Máximos y mínimos absolutos de una función continua en un intervalo	231
Segundo Teorema de Weierstrass	232
Máximos y mínimos relativos o locales	233
Ejercicios propuestos sobre continuidad y discontinuidad	235
6. DERIVADAS	239
Reseña histórica	239
Cociente incremental	243
Definición de derivada de una función en un punto	243
Interpretación geométrica	246
Función que tiene derivada en un punto y la continui- dad en él	247
Reseña histórica	248
Función derivada	248
Función derivada de cada una de las funciones más usadas	250
Derivada de la suma algebraica de un número finito de funciones	259
Ejercicios propuestos	260
Derivada del producto de 2 funciones	261
Ejercicios propuestos	263
Derivada de la función de función o función compuesta	264
Ejercicios propuestos	266
Derivado del cociente de dos funciones	268
Ejercicios propuestos	270
Derivada de la función exponencial	273
Ejercicios propuestos	276
Derivada de la función inversa	281
Ejercicios propuestos	285
Derivada de cada una de las funciones hiperbólicas	288
Ejercicios propuestos	289
Tabla de funciones derivadas	291
Derivada de funciones implícitas	292
Ejercicios propuestos	293
Diferencial	294
Derivadas de funciones expresadas en forma paramétrica	298
7. APLICACIONES DE LA DERIVADA	299
Aplicaciones de la derivada a la geometría	299
Determinación de la recta tangente y de la recta normal a una curva en un punto	299
Ejercicios propuestos	301

Derivadas sucesivas	306
Ejercicios propuestos	308
Puntos críticos	309
Función creciente y función decreciente en un punto	310
Criterio del signo de la 1ª derivada	314
Consideraciones para la existencia de máximo y de mínimo relativo	317
Procedimientos para determinar los máximos y los mínimos relativos o locales de una función	321
Ejercicios resueltos	321
Ejercicios propuestos	328
Ejercicios propuestos para determinar los máximos y los mínimos locales y absolutos en intervalos que se indican	336
Problemas de aplicación de máximos y de mínimos: resueltos	339
Propuestos	342
Aplicaciones a la Economía de problemas de máximos y de mínimos	345
Ejercicios propuestos	345
Concavidad y convexidad de una curva en un punto	347
Puntos de inflexión	349
Condiciones para la existencia de puntos de inflexión	350
Ejercicios resueltos	352
Ejercicios propuestos para determinar concavidad, convexidad e inflexiones	355
Ejercicios propuestos para determinar máximos, mínimos e inflexiones	357
Estudio completo de funciones y sus gráficas	385
Ejercicios resueltos	385
Ejercicios propuestos	406

8. ELASTICIDAD

Elasticidad de arco	411
Elasticidad en un punto	412
Otra expresión de la elasticidad	413
Reglas operatorias	413
Ejemplos	414
Algunas aplicaciones de la elasticidad a la Economía	416
Problemas propuestos	417

9. TEOREMAS DE LAS FUNCIONES DERIVABLES

Teorema de Rolle	419
Teorema del valor medio, de Lagrange o de los incrementos finitos	420

Reseña histórica	422
⊗ Teorema de Cauchy	423
⊗ Regla de L'Hôpital	424
Ejercicios resueltos de la indeterminación $\frac{\rightarrow 0}{\rightarrow 0}$	427
Reseña histórica	429
Aplicación de la Regla a la indeterminación $\frac{\rightarrow \infty}{\rightarrow \infty}$	429
Ejemplos resueltos	430
Aplicación de la regla a la indeterminación $(\rightarrow 0) \cdot (\rightarrow \infty)$	430
Ejemplos resueltos	431
Aplicación de la regla a la indeterminación $(\rightarrow + \infty) +$ $+ (\rightarrow -\infty)$	432
Ejemplo resuelto	432
Aplicación de la regla a las indeterminaciones: $\rightarrow 0^{-0}$; $\rightarrow \infty^{-0}$; $\rightarrow 1^{-\infty}$	433
Ejemplos resueltos	433
Cuadro sinóptico de la regla de L'Hôpital en los distintos casos de indeterminación	436
Ejercicios propuestos de la Regla de L'Hôpital	437
10. FORMULA DE TAYLOR	443
⊗ Fórmula generalizada de Taylor	446
Resto o término complementario	446
Ejercicios resueltos	447
⊗ Fórmula de Mac Laurin	450
Ejercicio resuelto	450
Ejercicios propuestos	451
Determinación de las condiciones necesarias y suficien- tes para la existencia de concavidad, convexidad e inflexión	452
Curvatura de una curva en un punto	458
Radio de curvatura de una curva en un punto	460
Centro de curvatura	461
Circunferencia osculatriz y círculo osculador	461
Evoluta	461
Orden de contacto de 2 curvas	462
Expresión del radio de curvatura	465
Ejercicio resuelto	468
Ejercicios propuestos	469
Curvaturas cuando la curva está expresada paramé- tricamente	473
Ejercicio resuelto	473
Ejercicios propuestos	475