

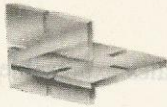




# Contenido

27 97

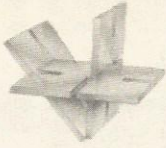
- 
- 1 Sistemas de ecuaciones lineales y matrices 1**
- 1.1 Introducción 1
  - 1.2 Dos ecuaciones lineales con dos incógnitas 2
  - 1.3  $m$  ecuaciones con  $n$  incógnitas: eliminaciones de Gauss-Jordan y gaussiana 7  
Reseña sobre. . . Carl Friedrich Gauss 21
  - 1.4 Sistemas homogéneos de ecuaciones 25
  - 1.5 Vectores 28  
Reseña sobre. . . Sir William Rowan Hamilton 35
  - 1.6 Matrices 37
  - 1.7 Productos vectorial y matricial 44  
Reseña sobre. . . Arthur Cayley y el álgebra de matrices 56
  - 1.8 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales 63
  - 1.9 Inversa de una matriz cuadrada 68
  - 1.10 Transpuesta de una matriz 88
  - 1.11 Matrices elementales y matrices inversas 92
  - 1.12 Teoría de gráficas: una aplicación de las matrices 101  
Resumen 109  
Ejercicios de repaso 113
- 
- 2 Determinantes 117**
- 2.1 Definiciones 117
  - 2.2 Propiedades de los determinantes 126
  - 2.3 Demostraciones de tres teoremas importantes y un poco de historia (si el tiempo lo permite) 141  
Reseña sobre. . . La historia de los determinantes 147
  - 2.4 Determinantes e inversas 149
  - 2.5 Regla de Cramer 156  
Resumen 160  
Ejercicios de repaso 162
- 
- 3 Vectores en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$  163**
- 3.1 Vectores en el plano 163
  - 3.2 El producto escalar y proyecciones en  $\mathbb{R}^2$  173
  - 3.3 Vectores en el espacio 182
  - 3.4 Producto cruz de dos vectores 193  
Reseña sobre. . . Josiah Willard Gibbs y los orígenes del análisis vectorial 200
  - 3.5 Rectas y planos en el espacio 203  
Resumen 216  
Ejercicios de repaso 219



- 4 Espacios vectoriales 222**
- 4.1 Introducción 222
  - 4.2 Definición y propiedades básicas 223
  - 4.3 Subespacios 230
  - 4.4 Combinación lineal y espacio generado 236
  - 4.5 Independencia lineal 242
  - 4.6 Bases y dimensión 257
  - 4.7 Rango, nulidad, espacio de los renglones y espacio de las columnas de una matriz 267
  - 4.8 Rango y determinantes de submatrices (opcional) 282
  - 4.9 Cambio de base 285
  - 4.10 Bases ortonormales y proyecciones en  $\mathbb{R}^n$  297
  - 4.11 Aproximación mediante mínimos cuadrados 313
  - 4.12 Espacios con producto interno y proyecciones 324
  - 4.13 Fundamentos de la teoría de los espacios vectoriales: existencia de una base (opcional) 335
- Resumen 341  
Ejercicios de repaso 346
- 5 Transformaciones lineales 349**
- 5.1 Definiciones y ejemplos 349
  - 5.2 Propiedades de las transformaciones lineales: recorrido y núcleo
  - 5.3 Representación matricial de una transformación lineal 365
  - 5.4 Isomorfismos 389
  - 5.5 Isometrías 396
- Resumen 404  
Ejercicios de repaso 406
- 6 Valores característicos, vectores característicos y formas canónicas 409**
- 6.1 Valores y vectores característicos 409
  - 6.2 Modelo de crecimiento de la población (opcional) 425
  - 6.3 Matrices similares y diagonalización 430
  - 6.4 Matrices simétricas y diagonalización ortogonal 439
  - 6.5 Formas cuadráticas y secciones cónicas 447
  - 6.6 Forma canónica de Jordan 458
  - 6.7 Una aplicación importante: ecuaciones diferenciales expresables en forma matricial 466
  - 6.8 Un punto de vista diferente: teoremas de Cayley-Hamilton y de Gershgorin 479
- Resumen 487  
Ejercicios de repaso 492

Cálculo

**7 Métodos numéricos 494**



- 7.1 Errores en los cálculos numéricos y complejidad computacional 494
- 7.2 Solución de sistemas lineales I: eliminación gaussiana con pivoteo 504
- 7.3 Solución de sistemas lineales II: métodos iterativos 511  
 Reseña sobre. . . Carl Gustav Jacob Jacobi 521
- 7.4 Cálculo de valores y vectores característicos 523  
 Resumen 533  
 Ejercicios de repaso 535

**Apéndice 1 Inducción matemática A-1**

Reseña sobre. . . La inducción matemática A-6

**Apéndice 2 Números complejos A-9**

**Respuestas de los problemas con número impar A-19**

Sistemas  
lineales y matrices

**11 INTRODUCCIÓN**

Este es un libro acerca de líneas rectas. Si se busca la palabra "línea" en un diccionario se hallará algo al modo "¿cuánto mide una línea? (lin. [Swedish]. ¿Qué tiene a las líneas?) En matemáticas, la palabra "línea" tiene un significado mucho más amplio. Así y todo, gran parte de la teoría del Álgebra lineal elemental es una generalización de las propiedades de las líneas rectas. A continuación se dan, a manera de repaso, algunas de las conclusiones fundamentales relativas a las líneas rectas.

- i. La pendiente de una línea que pasa por los puntos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  está dada por  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .
- ii. Si  $x_2 - x_1 = 0$  y  $y_2 \neq y_1$ , entonces la recta es vertical, y se dice que la pendiente no está definida.
- iii. Toda línea recta (aquella cuya pendiente no está definida) se puede representar, fijando su ecuación en la forma pendiente-intersección  $y = mx + b$ , siendo  $m$  la pendiente de la recta y  $b$  su intersección con el eje  $y$  (el valor de  $y$  en el que la recta cruza el eje  $y$ ).

Tomado del segundo capítulo de "Álgebra lineal".  
 En algebra "line" se dice que la pendiente de una línea vertical es "infinita".