

# TABLA DE MATERIAS



Universidad Nacional de Entre Ríos  
Facultad de Ingeniería  
Página

<b>Capítulo</b>	<b>1</b>	<b>FUNDAMENTOS BASICOS, I</b> .....	<b>1</b>
1.1		De la necesidad de fundamentos básicos .....	1
1.2		Leyes básicas de la mecánica clásica de Newton y varias maneras de expresarlas .....	1
1.3		Selección de la formulación .....	1
1.4		Origen de las leyes básicas .....	1
1.5		De los conceptos y magnitudes básicas empleadas .....	2
1.6		Condiciones de validez de las leyes de Newton .....	2
1.7		Dos tipos generales de problemas de dinámica .....	5
1.8		Métodos generales para solucionar problemas de dinámica .....	6
1.9		Ejemplo ilustrativo de los numerales 1.7 y 1.8 .....	7
<b>Capítulo</b>	<b>2</b>	<b>FUNDAMENTOS BASICOS, II</b> .....	<b>11</b>
2.1		Observaciones introductorias .....	11
2.2		Sistemas de coordenadas y ecuaciones de transformación .....	11
2.3		Coordenadas generalizadas. Grados de libertad .....	16
2.4		Grados de restricción, ecuaciones de restricción, coordenadas superfluas .....	19
2.5		Restricciones móviles .....	20
2.6		Ecuaciones de transformación "reducidas" .....	20
2.7		Velocidad expresada en coordenadas generalizadas .....	21
2.8		Trabajo y energía cinética .....	24
2.9		Ejemplos ilustrativos de la energía cinética .....	26
2.10		Teorema del "centro de masa" para la energía cinética .....	27
2.11		Una expresión general para la energía cinética de $p$ partículas .....	28
2.12		Definición de aceleración y ejemplos .....	30
2.13		"Desplazamiento virtual" y "trabajo virtual" .....	32
2.14		Ejemplos ilustrativos de las consideraciones anteriores (a), (b) y (c) .....	33
<b>Capítulo</b>	<b>3</b>	<b>ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DE LAGRANGE PARA UNA PARTICULA</b> .....	<b>42</b>
3.1		Consideraciones preliminares .....	42
3.2		Deducción de las ecuaciones de Lagrange para una partícula, sin coordenadas ni restricciones móviles .....	42
3.3		Compendio de detalles importantes relacionados con las ecuaciones de Lagrange .....	42
3.4		Integración de las ecuaciones diferenciales del movimiento .....	47
3.5		Ejemplos ilustrativos .....	47
3.6		Ecuaciones de Lagrange para una partícula, suponiendo un marco de referencia móvil, restricciones móviles, o ambas condiciones simultáneamente .....	49
3.7		De la energía cinética, las fuerzas generalizadas y otros tópicos, cuando el marco de referencia, las restricciones, o ambos se mueven .....	50
3.8		Ejemplos ilustrativos .....	50
3.9		Determinación de la aceleración por medio de las ecuaciones de Lagrange .....	52
3.10		Una consideración adicional sobre las ecuaciones de Lagrange .....	53
3.11		Experimentos sugeridos .....	54

TABLA DE MATERIAS

Capítulo		Página
<b>4</b>	<b>ECUACIONES DE LAGRANGE PARA UN SISTEMA DE PARTICULAS</b> .....	<b>62</b>
4.1	Observaciones introductorias .....	62
4.2	Deducción de las ecuaciones de Lagrange para un sistema de partículas .....	62
4.3	Expresión de $T$ en forma adecuada .....	64
4.4	Significado físico de las fuerzas generalizadas .....	64
4.5	Técnicas para hallar expresiones para las fuerzas generalizadas .....	65
4.6	Ejemplos ilustrativos de la aplicación de las ecuaciones de Lagrange a sistemas que incluyen partículas .....	66
4.7	Fuerzas y movimientos de las partículas cargadas en un campo electromagnético .....	72
4.8	Consideraciones sobre el significado físico de las ecuaciones de Lagrange .....	73
4.9	Experimento sugerido .....	76
<hr/>		
<b>5</b>	<b>SISTEMAS CONSERVATIVOS</b> .....	<b>85</b>
5.1	Ilustración de algunos principios básicos .....	85
5.2	Definiciones importantes .....	86
5.3	Expresión general de $V$ y prueba para las fuerzas conservativas .....	86
5.4	Determinación de las expresiones para $V$ .....	87
5.5	Algunos ejemplos sencillos para ilustrar lo anterior .....	87
5.6	Fuerzas generalizadas como derivadas de $V$ .....	89
5.7	Ecuaciones de Lagrange para sistemas conservativos .....	89
5.8	Sistemas parcialmente conservativos y parcialmente no conservativos .....	90
5.9	Ejemplos que ilustran la aplicación de las ecuaciones de Lagrange a sistemas conservativos .....	90
5.10	Expresión adecuada de la energía potencial del sistema de resortes .....	93
5.11	Sistemas en los que la energía potencial varía con el tiempo. Ejemplos .....	94
5.12	Función vectorial del potencial para una carga que se mueve en un campo electromagnético .....	95
5.13	La "integral de la energía" .....	96
5.14	Experimentos sugeridos .....	96
<hr/>		
<b>6</b>	<b>DETERMINACION DE <math>F_{q_r}</math> PARA EL CASO DE FUERZAS DISIPATIVAS</b> .....	<b>103</b>
6.1	Definición y clasificación .....	103
6.2	Procedimiento general para determinar $F_{q_r}$ .....	103
6.3	Ejemplos: Fuerzas generalizadas de fricción .....	104
6.4	Ejemplos: Fuerzas viscosas generalizadas .....	106
6.5	Ejemplo: Fuerzas proporcionales a la potencia $n$ de la velocidad, para $n > 1$ .....	107
6.6	Fuerzas expresadas por medio de una serie de potencias .....	107
6.7	Algunas consecuencias interesantes de las fuerzas de fricción, y otras .....	107
6.8	Una "función de potencia", $P$ , para la determinación de las fuerzas generalizadas .....	108
6.9	Formas especiales de la función de potencia .....	109
6.10	Ejemplos para ilustrar el uso de $P$ .....	110
6.11	Fuerzas que dependen de la velocidad relativa .....	111
6.12	Fuerzas cuya dirección no se opone a la del movimiento .....	111
6.13	Experimento sugerido .....	114

Capítulo		Página
<b>7</b>	<b>ESTUDIO GENERAL DE LOS MOMENTOS Y LOS PRODUCTOS DE INERCIA</b> . . . . .	<b>121</b>
7.1	Expresión general del momento de inercia de un cuerpo rígido con respecto a un eje cualquiera . . . . .	121
7.2	El elipsoide de inercia . . . . .	122
7.3	Momentos principales de inercia. Ejes principales y sus direcciones . . . . .	123
7.4	Momentos y productos de inercia con respecto a cualquier sistema de ejes rectangulares . . . . .	124
7.5	Momentos y productos de inercia con respecto a un marco cualquiera . . . . .	125
7.6	Momentos y productos de inercia con respecto a un marco girado . . . . .	126
7.7	Ejemplos de momentos, productos y elipsoides de inercia . . . . .	128
7.8	"Focos" y puntos "esféricos" de inercia . . . . .	133
7.9	Significado físico de los productos de inercia . . . . .	134
7.10	Cuerpos dinámicamente equivalentes . . . . .	135
7.11	Determinación experimental de los momentos y los productos de inercia . . . . .	136
7.12	Proyecto sugerido sobre el elipsoide de inercia . . . . .	137
7.13	Experimento sugerido . . . . .	138

<b>Capítulo 8</b>	<b>ESTUDIO DE LA DINAMICA DE LOS CUERPOS RIGIDOS, DE LAGRANGE</b> . . . . .	<b>143</b>
8.1	Observaciones preliminares . . . . .	143
8.2	Fundamentos básicos necesarios . . . . .	143
8.3	Expresión general de la energía cinética de un cuerpo rígido libre . . . . .	152
8.4	Resumen de algunas consideraciones importantes con relación a $T$ . . . . .	153
8.5	Planteamiento de las ecuaciones del movimiento . . . . .	153
8.6	Ejemplos ilustrativos de la energía cinética y las ecuaciones del movimiento . . . . .	154
8.7	Definición de los ángulos de Euler . . . . .	161
8.8	Empleo de los ángulos de Euler: Un cuerpo con movimiento arbitrario . . . . .	162
8.9	La energía cinética, haciendo uso de ejes de dirección fija . . . . .	166
8.10	Movimiento de un cuerpo rígido con relación a un marco de referencia en traslación y rotación . . . . .	167
8.11	Experimento sugerido . . . . .	172

<b>Capítulo 9</b>	<b>EL METODO DE EULER DE LA DINAMICA DE LOS CUERPOS RIGIDOS</b> . . . . .	<b>181</b>
9.1	Observaciones preliminares . . . . .	181
9.2	Ecuaciones del movimiento de traslación del centro de masa . . . . .	181
9.3	Diversas maneras de expresar las ecuaciones escalares correspondientes a (9.3) . . . . .	182
9.4	Consideraciones fundamentales para la determinación de las ecuaciones de rotación de Euler . . . . .	183
9.5	Las tres ecuaciones del movimiento de rotación de Euler, para un cuerpo rígido. Forma general . . . . .	186
9.6	Aspectos importantes con respecto a (9.10) . . . . .	188
9.7	Forma vectorial de las ecuaciones de rotación de Euler . . . . .	189
9.8	Ejemplos específicos para ilustrar el uso de las ecuaciones (9.2) y (9.10) . . . . .	189
9.9	Ejemplos para ilustrar la forma (9.16) de las ecuaciones de Euler . . . . .	194

TABLA DE MATERIAS

	Página
9.10 Ecuaciones del movimiento con respecto a un marco de referencia móvil . . . . .	196
9.11 Determinación de los movimientos de una nave espacial y de un objeto en su interior, ambos bajo la acción de fuerzas conocidas . . . . .	197
9.12 Restricciones no holónomas . . . . .	199
9.13 Las ecuaciones de rotación de Euler, desde el punto de vista del momentum angular . . . . .	201
9.14 Comparación del tratamiento de Euler con el de Lagrange . . . . .	203

Capítulo	10	PEQUEÑAS OSCILACIONES ALREDEDOR DE LAS POSICIONES DE EQUILIBRIO . . . . .	210
	10.1	Tipo de problema por considerar . . . . .	210
	10.2	Restricciones sobre el problema general . . . . .	210
	10.3	Bases fundamentales adicionales . . . . .	213
	10.4	Ecuaciones diferenciales del movimiento . . . . .	216
	10.5	Soluciones de las ecuaciones del movimiento; fuerzas conservativas únicamente . . . . .	216
	10.6	Resumen de aspectos importantes sobre el tipo anterior de movimiento oscilatorio . . . . .	218
	10.7	Ejemplos para ilustrar los resultados de los numerales anteriores . . . . .	219
	10.8	Casos especiales de las raíces de $D$ . . . . .	223
	10.9	Coordenadas normales . . . . .	225
	10.10	Prueba de la relación de ortogonalidad . . . . .	227
	10.11	Aspectos importantes relacionados con las coordenadas normales . . . . .	228
	10.12	Ventajas de las coordenadas normales . . . . .	228
	10.13	Determinación de las expresiones de las coordenadas normales . . . . .	229
	10.14	Amplitud y dirección del movimiento de una partícula determinada cuando se excita un modo de oscilación en particular . . . . .	230
	10.15	Determinación de las constantes arbitrarias con la ayuda de las condiciones de ortogonalidad . . . . .	232
	10.16	Oscilaciones pequeñas con fuerzas actuantes viscosas y conservativas . . . . .	232
	10.17	Consideraciones sobre la estabilidad del movimiento . . . . .	234
	10.18	Utilización de las coordenadas normales cuando actúan fuerzas extrañas . . . . .	235
	10.19	Uso de las coordenadas normales cuando actúan fuerzas externas y viscosas . . . . .	235
	10.20	Experimentos sugeridos . . . . .	236

Capítulo	11	PEQUEÑAS OSCILACIONES ALREDEDOR DE MOVIMIENTOS ESTACIONARIOS . . . . .	243
	11.1	Consideraciones preliminares importantes . . . . .	243
	11.2	Eliminación de las coordenadas ignorables de las ecuaciones generales del movimiento . . . . .	245
	11.3	Eliminación de las coordenadas ignorables, empleando la función de Routh. Método B. . . . .	246
	11.4	Condiciones necesarias para el movimiento estacionario . . . . .	246
	11.5	Ecuaciones del movimiento, suponiendo un movimiento estacionario ligeramente perturbado . . . . .	247
	11.6	Solución de las ecuaciones del movimiento . . . . .	248
	11.7	Coordenadas ignorables en función del tiempo, después de una perturbación . . . . .	248
	11.8	Ejemplos ilustrativos del procedimiento anterior . . . . .	248
	11.9	Oscilación alrededor del movimiento estacionario cuando el sistema contiene restricciones móviles . . . . .	255

TABLA DE MATERIAS

		Página
11.10	Sistema bajo la acción de fuerzas disipativas . . . . .	257
11.11	Estabilidad del movimiento estacionario . . . . .	258
<hr/>		
<b>Capítulo</b>	<b>12 FUERZAS DE RESTRICCIÓN . . . . .</b>	<b>266</b>
12.1	Consideraciones preliminares . . . . .	266
12.2	Procedimiento general para hallar las fuerzas de restricción . . . . .	268
12.3	Ejemplos ilustrativos . . . . .	270
12.4	Fuerzas de restricción utilizando las ecuaciones de Euler . . . . .	273
12.5	Fuerzas de restricción y ecuaciones del movimiento con restricciones rugosas . . . . .	274
<hr/>		
<b>Capítulo</b>	<b>13 FUERZAS IMPULSORAS NECESARIAS PARA PRODUCIR MOVIMIENTOS DEFINIDOS . . . . .</b>	<b>279</b>
13.1	Consideraciones preliminares . . . . .	279
13.2	Método general . . . . .	280
13.3	Ejemplos ilustrativos . . . . .	281
13.4	Equilibrio de un sistema . . . . .	283
13.5	Ejemplos ilustrativos de problemas en equilibrio estático . . . . .	285
<hr/>		
<b>Capítulo</b>	<b>14 EFECTOS DE LA FORMA DE LA TIERRA Y DE SU ROTACION COTIDIANA EN LOS PROBLEMAS DE LA DINAMICA . . . . .</b>	<b>293</b>
14.1	Observaciones introductorias . . . . .	293
14.2	Consideraciones sobre la forma de la Tierra. Latitudes y radios geocéntricos y geográficos . . . . .	294
14.3	Aceleración de la gravedad sobre la superficie de la Tierra o cerca de ella . . . . .	294
14.4	Fórmulas de cálculo y algunas constantes . . . . .	295
14.5	Referencias relacionadas con la forma de la Tierra y su campo gravitatorio . . . . .	297
14.6	Energía cinética y ecuaciones del movimiento para una partícula en diversos sistemas de coordenadas. Marco de referencia adherido a la superficie de la Tierra . . . . .	298
14.7	Energía cinética $T$ , para una partícula; marco de referencia en movimiento con respecto a la superficie de la Tierra . . . . .	302
14.8	Movimiento de un cuerpo rígido cerca de la superficie de la Tierra . . . . .	303
14.9	Ejemplos ilustrativos específicos . . . . .	304
<hr/>		
<b>Capítulo</b>	<b>15 APLICACION DE LAS ECUACIONES DE LAGRANGE A SISTEMAS ELECTRICOS Y ELECTROMECHANICOS . . . . .</b>	<b>316</b>
15.1	Observaciones preliminares . . . . .	316
15.2	Expresiones de $T, V, P, F_Q$ y de las ecuaciones de Lagrange, para circuitos eléctricos . . . . .	316
15.3	Ejemplos ilustrativos . . . . .	319
15.4	Sistemas electromecánicos: La función de Lagrange adecuada; determinación de las fuerzas generalizadas . . . . .	320
15.5	Oscilaciones de sistemas eléctricos y electromecánicos . . . . .	322

TABLA DE MATERIAS

		Página
15.6	Fuerzas y voltajes necesarios para producir movimientos y corrientes dadas en un sistema electromecánico . . . . .	323
15.7	Sistema eléctricos y mecánicos análogos . . . . .	323
15.8	Referencias . . . . .	326
<hr/>		
Capítulo	<b>16 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DE HAMILTON . . . . .</b>	<b>331</b>
16.1	Observaciones generales . . . . .	331
16.2	Una palabra sobre el "momentum generalizado" . . . . .	331
16.3	Deducción de las ecuaciones de Hamilton . . . . .	331
16.4	Procedimiento para determinar $H$ y escribir las ecuaciones de Hamilton . . . . .	333
16.5	Casos especiales de $H$ . . . . .	333
16.6	Relaciones importantes de la energía y la potencia . . . . .	333
16.7	Ejemplos. El hamiltoniano y las ecuaciones del movimiento de Hamilton . . . . .	334
16.8	Ejemplos de $H$ para sistemas en que existen coordenadas móviles o restricciones móviles, o ambas condiciones . . . . .	336
16.9	Campos de aplicación del método de Hamilton . . . . .	337
<hr/>		
Capítulo	<b>17 PRINCIPIO DE HAMILTON . . . . .</b>	<b>342</b>
17.1	Introducción . . . . .	342
17.2	Problemas introductorios . . . . .	342
17.3	Algunas técnicas del cálculo de variaciones . . . . .	343
17.4	Soluciones a los problemas propuestos anteriormente . . . . .	346
17.5	Principio de Hamilton a partir del cálculo de variaciones . . . . .	347
17.6	Principio de Hamilton a partir de la ecuación de D'Alembert . . . . .	348
17.7	Ecuaciones de Lagrange a partir del principio de Hamilton . . . . .	350
17.8	Ejemplos específicos para ilustrar los ejemplos de este capítulo . . . . .	350
17.9	Aplicaciones del principio de Hamilton . . . . .	352
<hr/>		
Capítulo	<b>18 ECUACIONES BASICAS DE LA DINAMICA EN NOTACION TENSORIAL Y VECTORIAL . . . . .</b>	<b>356</b>
<hr/>		
Apéndice	<b>RELACIONES ENTRE LOS COSENOS DIRECTORES . . . . .</b>	<b>361</b>
<hr/>		
	<b>INDICE . . . . .</b>	<b>369</b>