



## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN. REVISIÓN DE ALGEBRA, GEOMETRÍA ANALÍTICA Y CÁLCULO .....	17
0-1 El sistema de números reales .....	17
0-2 El sistema de números complejos .....	18
0-3 Algebra de los números reales y complejos .....	21
0-4 Geometría analítica plana .....	26
0-5 Geometría analítica sólida .....	28
0-6 Funciones, límites, continuidad .....	32
0-7 Las funciones trascendentes elementales .....	35
0-8 El cálculo diferencial .....	38
0-9 El cálculo integral .....	44
CAPÍTULO 1. VECTORES .....	57
1-1 Introducción .....	57
1-2 Definiciones básicas .....	58
1-3 Suma y resta de vectores .....	60
1-4 Magnitud de un vector .....	62
1-5 Escalar por vector .....	63
1-6 Aplicaciones a los teoremas geométricos .....	65
1-7 Producto escalar de dos vectores .....	67
1-8 Vectores base .....	70
1-9 Vectores unitarios, cosenos directores, números directores .....	72
1-10 Orientación en el espacio .....	75
1-11 El producto vectorial .....	76
1-12 El producto triple escalar .....	79
1-13 Los productos vectoriales triples .....	83
1-14 Identidades vectoriales .....	83
1-15 Funciones vectoriales de una variable .....	85
1-16 Derivada de una función vectorial. El vector de velocidad .....	87
1-17 Propiedades de la derivada. Derivadas de orden más alto .....	90
*1-18 Vectores en mecánica .....	98
CAPÍTULO 2. CÁLCULO DIFERENCIAL DE FUNCIONES DE VARIABLES MÚLTIPLES .....	109
2-1 Funciones de variables múltiples .....	109
2-2 Dominios y regiones .....	110
2-3 Notación funcional. Curvas de nivel y superficies de nivel .....	112
2-4 Límites y continuidad .....	114
2-5 Derivadas parciales .....	119
2-6 Diferencial total. Lema fundamental .....	122

2-7	Derivadas y diferenciales de funciones de funciones . . .	127
2-8	Funciones implícitas. Funciones inversas. Jacobianos . .	133
2-9	Aplicaciones geométricas . . . . .	145
2-10	La derivada direccional . . . . .	153
2-11	Derivadas parciales de órdenes más elevados . . . . .	159
2-12	Derivadas de órdenes superiores, de funciones de funciones . . . . .	162
2-13	El Laplaciano en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas . . . . .	164
2-14	Derivadas más altas de funciones implícitas . . . . .	166
2-15	Máximos y mínimos de funciones de variables múltiples	169
*2-16	Máximos y mínimos para funciones con condiciones laterales. Multiplicadores de Lagrange . . . . .	180
*2-17	Dependencia funcional . . . . .	184
*2-18	Derivadas y diferencias . . . . .	190
 CAPÍTULO 3. CÁLCULO DIFERENCIAL VECTORIAL . . . . .		195
3-1	Introducción . . . . .	195
3-2	Campos vectoriales y campos escalares . . . . .	197
3-3	El campo del gradiente . . . . .	199
3-4	La divergencia de un campo vectorial . . . . .	201
3-5	Rotacional de un campo vectorial . . . . .	202
3-6	Operaciones combinadas . . . . .	203
*3-7	Coordenadas curvilíneas en el espacio. Coordenadas ortogonales . . . . .	209
*3-8	Operaciones vectoriales en coordenadas curvilíneas ortogonales . . . . .	212
*3-9	Geometría analítica y vectores en el espacio de más de tres dimensiones . . . . .	221
 CAPÍTULO 4. CÁLCULO INTEGRAL DE FUNCIONES DE VARIABLES MÚLTIPLES . . . . .		231
4-1	Introducción . . . . .	231
4-2	Evaluación numérica de las integrales definidas . . . . .	232
4-3	Evaluación numérica de las integrales indefinidas. Integrales elípticas . . . . .	242
4-4	Integrales impropias . . . . .	249
*4-5	Pruebas para convergencia de integrales numéricas. Evaluación numérica . . . . .	253
4-6	Integrales dobles . . . . .	261
4-7	Integrales triples e integrales múltiples en general . . . . .	267
4-8	Cambio de variables en integrales . . . . .	271
4-9	Longitud de arco y área de superficies . . . . .	279
*4-10	Evaluación numérica de integrales múltiples . . . . .	286
*4-11	Integrales múltiples impropias . . . . .	290
4-12	Integrales dependientes de un parámetro—Regla de Leibnitz . . . . .	295

CAPÍTULO 5. CÁLCULO INTEGRAL EN VECTORES .....	303
PARTE I. TEORÍA BIDIMENSIONAL	
5-1 Introducción .....	303
5-2 Integrales lineales en el plano .....	306
5-3 Integrales con relación a la longitud del arco. Propiedades básicas de las integrales lineales .....	313
5-4 Integrales lineales como integrales de vectores .....	318
5-5 Teorema de Green .....	321
5-6 Independencia de las trayectorias. Dominios simplemente conectados .....	326
5-7 Extensión de los resultados a la multiplicación de dominios conectados .....	337
PARTE II. TEORÍA TRIDIMENSIONAL Y APLICACIONES	
5-8 Integrales lineales en el espacio .....	344
5-9 Superficies en el espacio. Orientabilidad .....	346
5-10 Integrales de superficie .....	350
5-11 El teorema de la divergencia .....	358
5-12 Teorema de Stokes .....	365
5-13 Integrales independientes de la trayectoria. Campos irrotacionales y campos solenoidales .....	370
*5-14 Cambio de variables en una integral múltiple .....	377
*5-15 Aplicaciones físicas .....	386
CAPÍTULO 6. SERIES INFINITAS .....	399
6-1 Introducción .....	399
6-2 Secuencias infinitas .....	401
6-3 Límites superiores e inferiores .....	404
6-4 Otras propiedades de las secuencias .....	406
6-5 Series infinitas .....	409
6-6 Pruebas para convergencia y divergencia .....	412
6-7 Ejemplos de aplicaciones de pruebas para convergencia y divergencia .....	420
*6-8 Pruebas de relación y de raíces, por extensión .....	427
*6-9 Computaciones con series—estimación del error .....	429
6-10 Operaciones en serie .....	437
6-11 Secuencias y series de funciones .....	443
6-12 Convergencia uniforme .....	445
6-13 Prueba M para convergencia uniforme de Weierstrass .....	450
6-14 Propiedades de series y secuencias uniformemente convergentes .....	454
6-15 Series de Potencias .....	459
6-16 Series de Taylor y Maclaurin .....	465
6-17 Fórmula de Taylor con remanente .....	469
6-18 Otras operaciones sobre series de potencias .....	473
*6-19 Secuencias y series de números complejos .....	478

*6-20	Secuencias y series de funciones de variables múltiples	483
*6-21	Fórmula de Taylor para funciones de variables múltiples	486
*6-22	Integrales impropias contra series infinitas	488
*6-23	Integrales impropias dependientes de un parámetro— convergencia uniforme	494
*6-24	Transformación de Laplace. Función T y función B	497
CAPÍTULO 7. SERIES DE FOURIER Y FUNCIONES ORTOGONALES		505
7-1	Series trigonométricas	505
7-2	Series de Fourier	507
7-3	Convergencia de las series de Fourier	509
7-4	Ejemplos—reducción al mínimo del error cuadrado	512
7-5	Generalizaciones; series cosenoidales de Fourier; series senoidales de Fourier	520
7-6	Notas sobre las aplicaciones de las series de Fourier	527
7-7	Teorema de los valores únicos	529
7-8	Prueba del teorema fundamental para funciones conti- nuas, periódicas y muy simples por tramos	532
7-9	Prueba del teorema fundamental	534
7-10	Funciones ortogonales	540
*7-11	Series de Fourier de funciones ortogonales. Sistemas completos	544
*7-12	Condiciones suficientes para que un sistema sea com- pleto	548
*7-13	Integración y diferenciación de las series de Fourier	551
*7-14	Series de Fourier-Legendre	554
*7-15	Series de Fourier-Bessel	559
*7-16	Sistemas ortogonales de funciones de variables múltiples	564
*7-17	Forma compleja de las series de Fourier. Integral de Fourier	565
CAPÍTULO 8. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS		569
8-1	Ecuaciones diferenciales	569
8-2	Soluciones	570
8-3	Los problemas básicos. Teorema fundamental	571
8-4	Ecuaciones de primer orden y primer grado	574
8-5	La ecuación general exacta	577
8-6	Ecuación lineal de primer orden	581
8-7	Propiedades de las soluciones de la ecuación lineal	586
8-8	Procedimientos gráficos y numéricos para la ecuación de primer orden	591
8-9	Ecuaciones diferenciales lineales de orden arbitrario	595
8-10	Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes cons- tantes. Caso homogéneo	598
8-11	Ecuaciones diferenciales lineales, caso no homogéneo	603
8-12	Sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes cons- tantes	608
8-13	Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales lineales	615

8-14 Solución de las ecuaciones diferenciales por medio de la serie de Taylor .....	620
<b>CAPÍTULO 9. FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA .....</b>	<b>629</b>
9-1 Introducción .....	629
9-2 El sistema de números complejos .....	630
9-3 Forma polar de los números complejos .....	633
9-4 La función exponencial .....	635
9-5 Secuencias y series de números complejos .....	637
9-6 Funciones de variable compleja .....	640
9-7 Límites y continuidades .....	642
9-8 Secuencias y series de funciones .....	645
9-9 Derivadas y diferenciales .....	649
9-10 Integrales .....	655
9-11 Funciones analíticas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann ..	660
9-12 Integrales de funciones analíticas. Teorema de la integral de Cauchy .....	667
*9-13 Cambio de variable en integrales complejas .....	671
9-14 Funciones analíticas elementales .....	673
*9-15 Funciones inversas .....	678
9-16 La función $\log z$ .....	681
9-17 Las funciones $a^z$ , $z^a$ , $\text{sen}^{-1} z$ , $\text{cos}^{-1} z$ .....	684
9-18 Series de potencia como funciones analíticas .....	687
9-19 Teorema de Cauchy para dominios múltiplemente conectados .....	694
9-20 Fórmula de la integral de Cauchy .....	695
9-21 Desarrollo en series de potencias de la función analítica general .....	697
9-22 Propiedades de las partes real e imaginaria de las funciones analíticas. Fórmula de la integral de Poisson ...	703
9-23 Series de potencias en potencias positivas y negativas—desarrollo de Laurent .....	712
9-24 Singularidades aisladas de una función analítica. Ceros y polos .....	715
9-25 El número complejo $\infty$ .....	719
9-26 Residuos .....	725
9-27 Residuo en el infinito .....	731
*9-28 Residuos logarítmicos—principio del argumento .....	734
9-29 Aplicación de los residuos para evaluación de integrales reales .....	741
9-30 Representación de transformaciones conformes .....	746
9-31 Ejemplos de representación conforme .....	750
9-32 Aplicaciones de representaciones conformes. El problema de Dirichlet .....	760
9-33 El problema de Dirichlet en el semiplano .....	762
9-34 Representación conforme en hidrodinámica .....	771
9-35 Aplicaciones de la representación conforme en la teoría de elasticidad .....	774
9-36 Otras aplicaciones de representaciones conformes .....	776

9-37 Fórmulas generales para representaciones uno a uno. Transformación de Schwartz-Christoffel .....	778
9-38 Continuación analítica .....	785
9-39 Superficies de Riemann .....	789
<b>CAPÍTULO 10. ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES .....</b>	<b>793</b>
10-1 Introducción .....	793
10-2 Revisión de la ecuación para vibraciones forzadas de un resorte .....	795
10-3 Caso de dos partículas .....	797
10-4 Caso de $N$ partículas .....	804
10-5 Medio continuo. Ecuación diferencial parcial funda- mental .....	812
10-6 Clasificación de las ecuaciones diferenciales parciales. Problemas básicos .....	815
10-7 La ecuación de onda en una dimensión. Movimiento ar- mónico .....	817
10-8 Propiedades de las soluciones de la ecuación de onda ..	821
10-9 Ecuación de calor unidimensional. Disminución expo- nencial .....	826
10-10 Propiedades de las soluciones de la ecuación del calor	829
10-11 Equilibrio y aproximación al equilibrio .....	831
10-12 Movimiento forzado .....	833
10-13 Ecuaciones con coeficientes variables. Valores de valor frontera de Sturm-Liouville .....	839
10-14 Ecuaciones en dos y tres dimensiones. Separación de variables .....	842
10-15 Regiones no limitadas. Espectro continuo .....	845
10-16 Métodos numéricos .....	849
10-17 Métodos variacionales .....	852
10-18 Ecuaciones diferenciales parciales y ecuaciones inte- grales .....	856