

INDICE

PROLOGO ..... XI

I. TEORIA DE TENSIONES EN UN MEDIO CONTINUO ..... 1

- I.1. Mecánica del continuo, 1; I.2. Algunos conceptos fundamentales, 2; I.3. Fuerzas de volumen y fuerzas de superficie, 4; I.4. Caracterización del estado de tensión en un punto: el tensor de tensión, 7; I.5. Ecuaciones de movimiento de un medio continuo sólido, 9; I.6. Valor de las tensiones de corte en planos perpendiculares, 12; I.7. Leyes de transformación de tensiones, 13; I.8. Tensiones, planos y direcciones principales, 15; I.9. Descomposición del tensor de tensión en componentes hidrostáticos y de corte puro o desviador, 18; I.10. Algunas consideraciones sobre la naturaleza de las fuerzas externas, 20; Referencias, 22.

II. TEORIA DE DEFORMACIONES DE UN MEDIO CONTINUO ..... 23

- II.1. Introducción, 23; II.2. Corrimientos de un cuerpo sólido, 23; II.3. Componentes cartesianos de la deformación unitaria, 25; II.4. Dilatación volumétrica, 27; II.5. Deformación homogénea, 27; II.6. Ecuaciones de compatibilidad, 28; II.7. Deformaciones finitas del medio continuo, 29; II.8. Algunos conceptos de tensión en el caso de grandes deformaciones, 30; Referencias, 32.

III. EL PROBLEMA ELASTICO EN TRES DIMENSIONES ..... 33

- III.1. Introducción, 33; III.2. Ley de Hooke generalizada, 34; III.3. Problemas de contorno en elasticidad, 37; III.4. Ecuaciones de compatibilidad en términos de tensiones, 38; III.5. Principio de superposición. Unicidad de la solución, 41; III.6. Principio de Saint-Venant, 42; III.7. Algunas soluciones exactas, 43; III.7.1. Análisis de flexión pura de barras de sección rectangular según la teoría matemática de la elasticidad, 43; III.7.2. Análisis de un recipiente esférico, 44; III.8. Termoelasticidad, 47; III.8.1. Tensiones térmicas en un recipiente esférico, 49; III.9. Algunas diferencias básicas entre materiales elásticos "Hookneanos" y gomas, 51; Referencias, 55.

IV. TEORIA ELASTICA BIDIMENSIONAL ..... 57

- IV.1. Introducción, 57; IV.2. Estado plano de deformación, 57; IV.3. Estado plano de tensiones, 60; IV.4. Consideraciones sobre el carácter aproximado del estado plano de tensiones, 61; IV.5. Solución de problemas planos mediante polinomios, 62; IV.6. Uso de series de Fourier en problemas elásticos bidimensionales, 67; IV.7. Problemas de coordenadas polares, 70; IV.8. El problema de Kirsch, 70; IV.9. Flexión pura de barras curvas, 73; IV.10. El problema de Lamé, 75; IV.11. Estado bidimensional de tensiones en un disco rotante, 79; IV.12. Tensiones térmicas en un cilindro grueso, 81; IV.13. Una analogía hidrodinámica del problema elástico bidimensional, 83; Referencias, 85.

V. SOLUCION DE PROBLEMAS BIDIMENSIONALES EN EL CASO DE CONTORNOS DE FORMA ARBITRARIA . . . . . 87

V.1. Introducción, 87; V.2. Generalidades sobre el método de representación conforme, 89; V.3. Determinación de la función que efectúa la transformación conforme, 89; V.4. El problema elástico plano y la teoría de las funciones analíticas, 96; V.5. Condiciones de borde, 97; V.6. Método de Muskhelishvili, 99; V.7. Cálculo de los coeficientes de las funciones  $\phi$  y  $\chi$ , 102; V.8. Aplicación del método de Muskhelishvili, 103; Referencias, 106.

VI. TORSION . . . . . 107

VI.1. Introducción, 107; VI.2. Solución del problema de torsión por el método semiinverso, 107; VI.3. Verificación de las ecuaciones de compatibilidad, 110; VI.4. Determinación del giro de longitud  $\Theta$ ; VI.5. Torsión de una barra cilíndrica circular, 111; VI.6. Torsión de ejes de sección elíptica, 113; VI.7. Torsión de una barra de sección rectangular angosta, 115; VI.8. Torsión de barras de sección rectangular, 117; VI.9. Torsión de ejes huecos, 122; VI.10. Analogías hidrodinámicas, 124; VI.11. Aplicación de la teoría de variable compleja en la solución de problemas de torsión. Caso de secciones simplemente conexas, 126; Referencias, 133.

VII. TEORIA DE LA PLASTICIDAD . . . . . 135

VII.1. Introducción, 135; VII.2. Experimento básico de la plasticidad, 138; VII.3. Diagramas de tensión verdadera-deformación natural, 140; VII.4. Efecto Bauschinger, 140; VII.5. Efectos de velocidad de deformación y de temperatura, 141; VII.6. Criterios de fluencia. Estado multiaxial, 141; Teoría de la máxima tensión o teoría de Rankine, 142; Teoría de la máxima deformación o teoría de Saint-Venant, 142; Teoría de la máxima tensión de corte o criterio de Tresca, 143; Teoría de la máxima energía de deformación o teoría de la energía de Beltrami, 144; Teoría de la energía de distorsión o criterio de fluencia de von Mises-Hencky, 144; VII.7. Superficie de fluencia, 146; VII.8. Relaciones plásticas entre tensiones y deformaciones unitarias, 146; VII.9. Aplicación al análisis de recipientes esféricos, 147; VII.10. Tensiones residuales, 152; VII.11. El problema de torsión, 154; Referencias, 156.

VIII. INTRODUCCION A LA TEORIA LINEAL DE LA VISCOELASTICIDAD . . . . . 157

VIII.1. Introducción, 157; VIII.2. Definición de viscoelasticidad lineal, 157; VIII.3. El fenómeno de creep, 158; VIII.4. El fenómeno de relajación, 160; VIII.5. Comportamiento dinámico de materiales viscoelásticos, 161; VIII.6. Descripción fenomenológica de relaciones constitutivas viscoelásticas en función de elementos mecánicos, 161; VIII.7. El modelo de Voigt, 166; VIII.8. Representación de las leyes constitutivas de un material viscoelástico lineal mediante el uso multitudinario de modelos Maxwell, 169; VIII.9. El principio de superposición de Boltzmann, 171; VIII.10. El principio de correspondencia entre las teorías lineales de la elasticidad y viscoelasticidad, 173; VIII.11. Teoría tridimensional de la viscoelasticidad y aplicación del principio de correspondencia,

- 174; VIII.12. Aplicación de la teoría bidimensional de la viscoelasticidad, 177; VIII.13. Comportamiento termomecánico de los materiales viscoelásticos, 179; VIII.14. Problemas viscoelásticos en biodinámica, 179; VIII.15. Análisis viscoelástico de adhesivos, 182; Referencias, 184.
- IX. TEORIA DE PLACAS** . . . . . 187
- IX.1. Introducción, 187; IX.2. Flexión de placas delgadas cargadas lateralmente, 188; IX.3. Condiciones de borde, 193; IX.4. Determinación de los esfuerzos de corte  $Q_x$ ,  $Q_y$ , 195; IX.5. El problema de flexión de una placa expresado en términos de dos ecuaciones diferenciales, 196; IX.6. Placas rectangulares simplemente apoyadas. Método de Navier, 197; IX.7. Flexión de una placa simplemente apoyada en el caso de carga concentrada, 199; IX.8. Flexión de una placa rectangular simplemente apoyada por el método de Lévy, 203; IX.9. Flexión axisimétrica de placas circulares, 206; IX.10. Placa elástica sometida a cargas transversales y cargas paralelas a su plano, 210; IX.10.1. Caso de una placa rectangular simplemente apoyada sometida a carga transversal y tracciones  $S_x$ ,  $S_y$ , 213; IX.11. Teoría no lineal de placas delgadas, 214; IX.12. Teoría de placas ortotrópicas, 217; IX.12.1. Algunas aplicaciones tecnológicas de la teoría de placas ortotrópicas, 220; Referencias, 223.
- X. ESTRUCTURAS LAMINARES** . . . . . 225
- X.1. Introducción, 225; X.2. Esfuerzos en las láminas, 227; X.3. Teoría membranar, 229; X.4. Membranas de revolución con cargas simétricas con respecto a su eje, 230; X.5. Teoría de flexión, 233; Referencias, 248.
- XI. INESTABILIDAD ELASTICA** . . . . . 249
- XI.1. Introducción; XI.2. El problema de Euler, 250; XI.3. Caso de otras condiciones de borde, 254; XI.4. Análisis general del problema de inestabilidad elástica de una pieza de momento de inercia constante, 256; XI.5. Pandeo de barras de sección variable, 258; XI.6. Pandeo de piezas cuando se excede el límite de proporcionalidad del material, 260; XI.7. Pandeo de placas, 262; XI.8. Algunos conceptos de la teoría de estabilidad dinámica, 264; Referencias, 266.
- XII. GENERALIDADES SOBRE SISTEMAS VIBRANTES** . . . . . 267
- XII.1. El concepto de vibración, 267; XII.2. Vibraciones de sistemas discretos y continuos, 268; XII.3. Fenómenos vibratorios: utilidad y control de los mismos, 269; XII.4. Sistemas lineales y no lineales, 270; XII.5. Dinámica estructural, 271; XII.6. Mantenimiento predictivo de máquinas mediante el análisis de vibraciones generadas por las mismas, 274; Referencias, 276; Bibliografía, 276.
- XIII. VIBRACIONES DE SISTEMAS DISCRETOS** . . . . . 277
- XIII.1. Introducción, 277; XIII.2. Vibraciones libres sin amortiguamiento de sistemas con un grado de libertad, 277; XIII.3. Conservación de la energía, 287; XIII.4. Método de Rayleigh, 289; XIII.5. Vibraciones forzadas de sistemas sin amortiguamiento, 291; XIII.5.1. Caso de fuerzas de valor constante, 292; XIII.5.2. Fuerza externa armónica, 293; XIII.5.3. Fuerza excitadora periódica, 296;

XIII.5.4. Fuerza externa no periódica, 297; XIII.5.5. Determinación de la respuesta de un sistema utilizando el principio de superposición, 301; XIII.6. Vibraciones libres de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento, 302; XIII.6.1. Vibraciones libres con amortiguamiento, 304; XIII.6.2. Vibraciones forzadas con amortiguamiento, 306; XIII.7. Vibraciones de un sistema de dos grados de libertad, 307; XIII.8. Vibraciones forzadas de un sistema de dos grados de libertad, 311; XIII.9. Vibraciones de sistemas de varios grados de libertad, 315; Referencia, 316; Bibliografía, 316.

**XIV. ALGUNOS PROBLEMAS BASICOS DE LA DINAMICA DEL CONTINUO . . . . . 317**

XIV.1. Introducción, 317; XIV.2. La cuerda vibrante, 318; XIV.2.1. La cuerda vibrante y el efecto de amortiguamiento, 322; XIV.2.2. Vibraciones forzadas, 322; XIV.2.3. El problema de la membrana vibrante, 324; XIV.3. Vibraciones longitudinales de una barra homogénea, 325; XIV.3.1. Vibraciones forzadas de una barra empotrada en un extremo ( $x=0$ ) y sometida a una fuerza sinusoidal en el otro ( $x=L$ ), 328; XIV.3.2. Aplicación al problema de frenado brusco de un sistema de cables mecánicos, 330; XIV.4. Vibraciones transversales de una barra, 348; XIV.4.1. Vibraciones transversales libres de una barra simplemente apoyada, 350; XIV.4.2. Vibraciones de un sistema mecánico: viga empotrada-masa concentrada en el extremo libre, 352; Determinación de autovalores, 356; Análisis de modos inferiores de vibración, 356; Variación de la tensión máxima en función del parámetro  $M/M_v$  para el modo fundamental de vibración, 364; Discusión de los resultados numéricos, 364; XIV.5. Vibraciones transversales de una placa simplemente apoyada, 365; Referencias, 368.

**XV. SOLUCION APROXIMADA DE PROBLEMAS DE CONTORNO Y DE VALORES CARACTERISTICOS EN MECANICA ESTRUCTURAL . . . . . 371**

XV.1. Introducción, 371; XV.2. Soluciones con coeficientes indeterminados, 372; XV.3. Métodos de colocación, 374; XV.3.1. Aplicación del método de colocación a problemas de determinación de autovalores, 378; XV.4. El método de Galerkin, 380; XV.4.1. Pandeo en tensiones de corte de una placa rectangular simplemente apoyada en sus cuatro bordes, 401; XV.4.2. Determinación de la frecuencia fundamental de vibración de placas poligonales, 403; XV.4.3. Vibraciones de placas rectangulares con bordes elásticamente restringidos contra rotación y sometidas a esfuerzos de corte en el plano, 411; XV.5. Técnica del promedio de la función residual y sus derivadas, 417; XV.6. El método de diferencias finitas, 419; XV.7. Introducción al método de elementos finitos, 423; Referencias, 428.

**APENDICE. EXPERIMENTOS NUMERICOS SOBRE DETERMINACIONES DE PARAMETROS MECANICOS MEDIANTE DERIVADAS DE SERIES DE FOURIER . . . . . 433**

1. Introducción, 435; 2. El problema de torsión de barras de sección rectangular, 437; 3. Flexión de placas rectangulares simplemente apoyadas sometidas a carga uniformemente distribuida  $q_0$ , 439; Referencias, 449.