

CONTENIDO

1. Concepto de primitiva de una función. Tabla de integrales inmediatas.	
Métodos de resolución de integrales inmediatas	15
1.1. Integrales indefinidas	15
1.1.1. Concepto de primitiva de una función	15
1.1.2. Propiedades de las integrales indefinidas	16
1.2. Tabla de integrales inmediatas	16
1.3. Integrales inmediatas	19
1.3.1. Integrales "inmediatas" de tipo potencial	19
1.3.2. Integrales "inmediatas" de tipo exponencial	22
1.3.3. Integrales "inmediatas" de tipo logarítmico	24
1.3.4. Integrales "inmediatas" de tipo arco o argumento. Inversas de trigonométricas circulares o hiperbólicas. (Irracionales)	27
1.3.5. Ejemplos	28
1.3.6. Integrales "inmediatas" de tipo arco o argumento. Inversas de trigonométricas circulares o hiperbólicas. (Racionales)	32
1.3.7. Ejemplos	33
1.3.8. Integrales inmediatas de funciones trigonométricas circulares e hiperbólicas directas. Ejemplos	36
1.3.9. Problemas propuestos para su resolución	37
2. Integración de funciones racionales	41
2.1. Integración de funciones racionales	41
2.1.1. Integrales racionales del tipo C-1	43
2.1.2. Integrales racionales del tipo C-2	44
2.1.3. Integrales racionales del tipo C-3	47
2.1.4. Tipo previo al caso C-3	48
2.1.5. Integrales racionales del tipo C-4. Descomposición por el método de Hermite	51
2.1.6. Integrales racionales del tipo C-4. Otro tipo de descomposición	54
2.2. Integración por reducción de integrales de la forma:	
$\int \frac{Mx + N}{((x - a)^2 + b^2)^p} \cdot dx$	55
2.2.1. Ejemplo tipo A - tipo C-2	56
2.2.2. Ejemplo tipo B. tipo previo al C-3 o tipo C-1	58
2.2.3. Ejemplo tipo C-3	61

2.2.4.	Ejemplo tipo C-4. Método de Hermite	62
2.2.5.	Ejemplo tipo C-4. Descomposición-Reducción	65
2.2.6.	Ejemplo tipo C-4. Integración por reducción	66
2.2.7.	Otros métodos específicos (E) de integración de funciones racionales ..	71
2.2.8.	Ejemplos	75
2.2.9.	Problemas propuestos de integración de funciones racionales	81
3.	Método de integración por sustitución. Método de integración por descomposición	83
3.1.	Método de integración por sustitución	83
3.1.1.	Método	83
3.2.	Integración por sustitución. Sustituciones en funciones exponenciales, logarítmicas e inversas de trigonométricas circulares e hiperbólicas	85
3.2.1.	Ejemplos	86
3.3.	Integración por sustitución. Sustituciones en integrales de funciones trigonométricas circulares	89
3.4.	Integración por sustitución. Sustitución en integrales de funciones hiperbólicas .	91
3.4.1.	Ejemplos	94
3.4.2.	Problemas propuestos de integración por sustitución de trigonométricas	104
3.5.	Método de integración por descomposición. Funciones trigonométricas circulares	106
3.5.1.	Ejemplos	107
3.5.2.	Otras fórmulas de uso corriente en integración por descomposición de funciones trigonométricas circulares	109
3.5.3.	Ejemplos	109
3.5.4.	Problemas propuestos para su resolución	112
3.6.	Método de Integración por descomposición. Funciones hiperbólicas	112
3.6.1.	Ejemplos	113
3.6.2.	Otras fórmulas de uso corriente en integración por descomposición de funciones hiperbólicas	114
3.6.3.	Ejemplos	114
3.6.4.	Problemas propuestos para su resolución	115
4.	Método de integración por sustitución. Integración de funciones irracionales. Integrales binomias-sustituciones. Esquema general de la integración de funciones irracionales	117
4.1.	Integración por sustitución de funciones irracionales	117
4.1.1.	Integración por sustitución. Sustituciones en funciones irracionales ...	117
4.1.2.	Ejemplos	118
4.1.3.	Integración de funciones irracionales. Métodos especiales	121
4.1.4.	Integración por sustitución. Sustituciones en funciones irracionales ...	126
4.1.5.	Ejemplos	126
4.1.6.	Integral irracional que se puede descomponer en tipo potencial más tipo arco o argumento	129
4.1.7.	Integración por sustitución. Sustitución en funciones irracionales	131
4.1.8.	Ejemplos	134
4.1.9.	Integración por sustitución. Sustitución en funciones irracionales	137
4.1.10.	Ejemplos	140
4.1.11.	Integración por sustitución. Sustituciones en funciones irracionales ...	143

4.1.12.	Ejemplos	145
4.1.13.	Integración por sustitución. Sustitución en funciones irracionales. Binomias	148
4.1.14.	Ejemplos	149
4.1.15.	Integración de funciones irracionales de la forma $\int \frac{A(x) + B(x) \cdot \sqrt{ax + bx + c}}{C(x) + D(x) \cdot \sqrt{ax + bx + c}} \cdot dx$	154
4.1.16.	Ejemplos	161
4.1.17.	Problemas propuestos para su resolución	172
	Cuadro general de irracionales	176
5.	Método de integración por partes. Método de integración por reducción.	
	Fórmulas de reducción	177
5.1.	Método de integración por partes	177
5.1.1.	Método	177
5.1.2.	Ejemplos	179
5.1.3.	Ejemplos	180
5.1.4.	Ejemplos	181
5.1.5.	Ejemplos	184
5.1.6.	Integración por reducción. Metodología	196
5.1.7.	Fórmulas de reducción más usuales	201
5.1.8.	Problemas propuestos para su resolución	203
5.1.9.	Cuadro esquemático de los métodos de integración	205
6.	Integral definida. Integración por desarrollo en serie. Integrales impropias	209
6.1.	Integral definida	209
6.1.1.	Cálculo de la integral definida de $f(x)$ (cuando se conoce una primitiva de $f(x)$). Regla de Barrow	209
6.1.2.	Propiedades	209
6.1.3.	Ejemplos	210
6.1.4.	Problemas propuestos para su resolución	212
6.1.5.	Cambio de variable (sustitución) en la integral definida	213
6.1.6.	Ejemplos	213
6.1.7.	Problemas propuestos para su resolución	215
6.2.	Integración por desarrollo en serie	216
6.2.1.	Taylor (en potencias de $x - a$)	216
6.2.2.	Mac-Laurin (en potencias de x)	216
6.2.3.	Serie binómica o de Newton	218
6.2.4.	Otros desarrollos en serie	218
6.2.5.	Ejemplos	218
6.2.6.	Problemas propuestos para su resolución	222
6.3.	Integrales impropias	222
6.3.1.	Integración en intervalos finitos de funciones no acotadas	222
6.3.2.	Integración en intervalos infinitos	223
6.3.3.	Convergencia absoluta	224
6.3.4.	Ejemplos	224
6.3.5.	Problemas propuestos para su resolución	230

7. Integración por derivación con respecto a un parámetro. Funciones eulerianas	233
7.1. Integración por derivación con respecto a un parámetro	233
7.1.1. Derivación bajo el signo integral (los límites de integración no dependen de y)	233
7.1.2. Derivación bajo el signo integral (los límite de integración dependen de y)	233
7.1.3. Ejemplos	234
7.1.4. Problemas propuestos para su resolución	239
7.2. Estudio de integrales definidas particulares. Funciones eulerianas	240
7.2.1. La función Γ de Euler ($\Gamma(p)$) (Gamma de p)	240
7.2.2. Cálculo por fórmula de recurrencia de $\Gamma(p)$	241
7.2.3. La función de β de Euler ($\beta(p, q)$ (Beta de p, q))	242
7.2.4. Cálculo por fórmula de recurrencia de $\beta(p, q)$	242
7.2.5. Relación entre $\beta(p, q)$ y $\Gamma(p)$ y $\Gamma(q)$	243
7.2.6. Ejemplos	244
7.2.7. Problemas propuestos para su resolución	248
8. Área de figuras planas	251
8.1. Área de figuras planas. Fórmulas básicas	251
8.1.1. Curvas expresadas en forma explícita. (Coordenadas cartesianas)	251
8.1.2. Curvas expresadas en forma explícita. (Coordenadas polares)	257
8.1.3. Curva expresada por ecuaciones paramétricas	258
8.1.4. Ejemplos	258
8.1.5. Problemas propuestos para su resolución	279
9. Volúmenes de los cuerpos de revolución. Área de una superficie de revolución	283
9.1. Volúmenes de los cuerpos de revolución. Fórmulas básicas	283
9.1.1. Curva expresada en forma explícita (Coordenadas cartesianas)	283
9.1.2. Curva expresada en forma paramétrica	284
9.1.3. Curva expresada en coordenadas polares	284
9.1.4. Ejemplos	285
9.2. Área de una superficie de revolución. Fórmulas básicas	291
9.2.1. Curva expresada en forma explícita. (Coordenadas cartesianas)	291
9.2.2. Curva expresada por ecuaciones paramétricas	292
9.2.3. Curva expresada en coordenadas polares	292
9.2.4. Ejemplos	293
9.2.5. Problemas propuestos para su resolución	297
9.2.6. Problemas de volúmenes que se pueden obtener por integrales simples cuando se conoce la expresión del área $S(x)$ de la sección producida en el cuerpo por un plano en función de la distancia x de dicho plano a uno fijo de referencia	299
9.2.7. Ejemplos	299
9.2.8. Problemas propuestos para su resolución	303
10. Longitud de un arco de curva en el plano. Longitudes de curvas alabeadas	305
10.1. Longitud de un arco de curva en el plano. Fórmulas básicas	305
10.1.1. Curva expresada en forma explícita	305
10.1.2. Curva expresada en forma paramétrica	306
10.1.3. Curva expresada en coordenadas polares	306

10.1.4.	Ejemplos	306
10.2.	Longitudes de curvas alabeadas	311
10.2.1.	Cálculo de la longitud de una curva alabeada dada por sus ecuaciones paramétricas	311
10.2.2.	Cálculo de la longitud de una curva alabeada dada por sus ecuaciones en coordenadas cilíndricas	312
10.2.3.	Ejemplos	312
10.2.4.	Problemas propuestos para su resolución	314
11.	Integrales dobles	317
11.1.	Integrales dobles	317
11.1.1.	Integrales dobles en coordenadas cartesianas rectangulares	317
11.1.2.	Formas de cálculo de la integral doble	317
11.1.3.	Ejemplos	318
11.1.4.	Cambio de variables en las integrales dobles	320
11.1.5.	Ejemplos	320
11.2.	Área de figuras planas (por doble integración). Fórmulas básicas	323
11.2.1.	Curvas expresadas en forma explícita. (Coordenadas cartesianas)	323
11.2.2.	Curvas expresadas en forma explícita. (Coordenadas polares)	323
11.2.3.	Ejemplos	323
11.2.4.	Cálculo de áreas de superficies por integrales dobles (Coordenadas cartesianas)	326
11.2.5.	Ejemplos	327
11.2.6.	Cálculo de volúmenes por integrales dobles (Coordenadas cartesianas)	331
11.2.7.	Ejemplos	332
11.2.8.	Problemas propuestos para su resolución	334
12.	Integrales triples	335
12.1.	Integrales triples	335
12.1.1.	Integrales triples en coordenadas cartesianas rectangulares	335
12.1.2.	Ejemplos	335
12.1.3.	Integrales triples en coordenadas cilíndricas	339
12.1.4.	Ejemplos	339
12.1.5.	Integrales triples en coordenadas esféricas	340
12.1.6.	Ejemplos	340
12.1.7.	Cambio de variables en las integrales triples	341
12.1.8.	Ejemplos	342
12.1.9.	Cálculo de volúmenes por integrales triples. (Coordenadas cartesianas rectangulares, cilíndricas y esféricas)	344
12.1.10.	Ejemplos	344
12.1.11.	Problemas propuestos para su resolución	348
13.	Aplicaciones del cálculo integral	351
13.1.	Aplicaciones del cálculo integral	351
13.1.1.	Cálculo de centros de gravedad	351
13.1.2.	Ejemplos	352
13.1.3.	Cálculo de centros de gravedad (sigue)	358
13.1.4.	Ejemplos	359

13.1.5.	Cálculo de centros de gravedad (sigue)	362
13.1.6.	Ejemplos	364
13.1.7.	Teoremas de Guldin	366
13.1.8.	Ejemplos	367
13.1.9.	Cálculo de momentos de inercia	368
13.1.10.	Ejemplos	370
13.1.11.	Problemas propuestos para su resolución	379