

# Índice general

44

Prólogo . . . . .	xi
-------------------	----

## CAPÍTULO I            El concepto de número y sus ampliaciones.

1. Introducción . . . . .	1
2. El número natural. Suma y producto . . . . .	1
3. Números enteros . . . . .	2
4. Operaciones enteras. Desigualdades. Módulo . . . . .	4
5. Números racionales. Representación y operaciones . . . . .	5
6. Fracciones decimales . . . . .	8
7. Cálculo con cantidades . . . . .	8
8. Densidad del conjunto de los números racionales . . . . .	10
9. Números irracionales; el número real . . . . .	11
10. Intervalos. Extremos . . . . .	12
11. Definición de número real por encaje de intervalos y por cortaduras . . . . .	14
12. Cálculo con números aproximados . . . . .	17
13. Nueva ampliación del campo de los números. Unidad imaginaria. Número complejo . . . . .	22
<i>Ejercicios</i> . . . . .	26
<i>Cuestionario</i> . . . . .	26

## CAPÍTULO II            Expresiones y operaciones algebraicas.

1. Expresiones algebraicas . . . . .	27
2. Clasificación . . . . .	27
3. Polinomios . . . . .	28
4. Operaciones enteras con monomios y polinomios . . . . .	29
5. Identidades usuales. Símbolo sumatorio . . . . .	29
6. División entera de números y división de polinomios . . . . .	31
7. Cuestiones sobre divisibilidad entre números naturales . . . . .	32
8. Regla de RUFFINI para divisor de primer grado . . . . .	35
9. Teorema del resto . . . . .	36
10. Principio de identidad . . . . .	37
11. Fracciones algebraicas. Simplificación y forma normal . . . . .	37
12. Operaciones racionales con fracciones algebraicas . . . . .	38

13.	Potenciación. Propiedades y operaciones . . . . .	39
14.	Potencias de exponente entero (exponentes nulo y negativo). Operaciones . . . . .	40
15.	Raíces . . . . .	41
16.	Propiedades distributivas . . . . .	42
17.	Operaciones con raíces . . . . .	43
18.	Representación de raíces como potencias de exponente fraccionario. Operaciones . . . . .	44
19.	Cálculo y expresiones aproximadas de la raíz cuadrada . . . . .	44
	<i>Ejercicios</i> . . . . .	46
	<i>Cuestionario</i> . . . . .	47

### CAPÍTULO III      Funciones y ecuaciones en general y de primer grado.

1.	Coordenadas en el plano . . . . .	49
2.	Proporcionalidad directa. Gráficos de variación proporcional . . . . .	50
3.	Ecuación de la recta . . . . .	51
4.	La expresión $y = x^2$ . Concepto de función . . . . .	52
5.	Ecuación de la recta en forma implícita . . . . .	54
6.	Expresiones explícita o implícita de una función . . . . .	55
7.	Notación de las funciones . . . . .	55
8.	Coficiente angular de una recta; paralelismo . . . . .	56
9.	Rectas por un punto y recta por dos puntos. Forma segmentaria . . . . .	57
10.	Ajustamiento lineal e interpolación lineal . . . . .	58
11.	Ecuaciones en general. Ecuaciones equivalentes y subordinadas. Descomposición en factores . . . . .	61
12.	Ecuación de primer grado . . . . .	64
13.	Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas e intersección de rectas . . . . .	64
14.	Clasificación de los sistemas . . . . .	65
15.	Resolución algebraica. Determinantes de segundo orden. Regla de CRAMER . . . . .	66
	<i>Ejercicios</i> . . . . .	70
	<i>Cuestionario</i> . . . . .	71

### CAPÍTULO IV      Análisis combinatorio y aplicaciones. Determinantes.

1.	Disposiciones, arreglos o variaciones sin repetición . . . . .	73
2.	Permutaciones . . . . .	74
3.	Inversiones de una permutación . . . . .	75
4.	Combinaciones. Números combinatorios . . . . .	76
5.	Disposiciones y permutaciones con repetición . . . . .	78
6.	Producto de binomios con un término común. Binomio de NEWTON. Triángulo de TARTAGLIA. Fórmula de LEIBNIZ . . . . .	79
7.	Fórmulas aproximadas . . . . .	82
8.	Determinantes de orden $n$ . . . . .	83
9.	Propiedades de los determinantes . . . . .	84
10.	Desarrollo de un determinante . . . . .	86

11. Combinaciones lineales de líneas . . . . .	87
12. Producto de determinantes . . . . .	89
<i>Ejercicios</i> . . . . .	89
<i>Cuestionario</i> . . . . .	90

**CAPÍTULO V**                      **Sistemas generales de ecuaciones lineales.  
Transformaciones y matrices.**

1. Sistemas de $n$ ecuaciones lineales con $n$ incógnitas . . . . .	93
2. Matrices. Dependencia lineal de líneas . . . . .	96
3. Rango o característica de una matriz . . . . .	97
4. Sistemas generales de ecuaciones lineales. Teorema de ROUCHÉ-FROBENIUS . . . . .	99
5. Sistemas homogéneos . . . . .	102
6. Transformaciones lineales y producto de matrices . . . . .	103
7. Suma y combinación lineal de matrices . . . . .	106
8. Matrices cuadradas; operaciones enteras. Matriz traspuesta . . . . .	107
9. Inversión de una matriz cuadrada . . . . .	108
10. Matrices simétricas y matrices unitarias . . . . .	112
11. Transformación de una matriz por otra. Invariantes . . . . .	112
12. Polinomio característico y ecuación característica . . . . .	113
<i>Ejercicios</i> . . . . .	114
<i>Cuestionario</i> . . . . .	114

**CAPÍTULO VI**                      **Progresiones. Logaritmos. Álgebra comercial.**

1. Progresiones aritméticas . . . . .	115
2. Progresiones geométricas . . . . .	117
3. Logaritmos . . . . .	118
4. Gráfica de la función logarítmica . . . . .	119
5. Logaritmos de producto, cociente, potencia y raíz . . . . .	120
6. Expresiones calculables por logaritmos . . . . .	122
7. Cambio de base. Logaritmos naturales y decimales . . . . .	122
8. Uso de tablas de logaritmos decimales . . . . .	124
9. Relación entre progresiones aritméticas y geométricas . . . . .	127
10. Cálculo con logaritmos decimales. Cologaritmo . . . . .	127
11. Ecuaciones exponenciales . . . . .	128
12. Interés simple. Descuento . . . . .	129
13. Interés compuesto . . . . .	131
14. Anualidades, rentas y amortizaciones . . . . .	133
15. Escalas logarítmicas. Papel logarítmico . . . . .	135
<i>Ejercicios</i> . . . . .	139
<i>Cuestionario</i> . . . . .	139

**CAPÍTULO VII**                      **Trigonometría.**

1. Medida de ángulos. Ángulos complementarios y suplementarios . . . . .	141
2. Líneas trigonométricas de un ángulo agudo . . . . .	143
3. Líneas trigonométricas de un ángulo cualquiera . . . . .	145

4.	Las cinco relaciones fundamentales entre las líneas de un ángulo . . . . .	146
5.	Reducción de un ángulo al primer cuadrante . . . . .	147
6.	Líneas de algunos ángulos del primer cuadrante . . . . .	148
7.	Variación y diagrama de las funciones circulares . . . . .	150
8.	Tablas trigonométricas, naturales y logarítmicas . . . . .	151
9.	Proyección de un segmento sobre un eje . . . . .	153
10.	Fórmulas de adición de arcos . . . . .	154
11.	Aplicaciones a la geometría analítica: cambio de coordenadas, forma normal de la recta, distancias y ángulos . . . . .	156
12.	Transformación de sumas y restas de senos y cosenos, en monomios . . . . .	160
13.	Fórmulas de división de arcos . . . . .	161
14.	Funciones periódicas . . . . .	161
15.	La función sinusoidal general. Movimiento vibratorio armónico . . . . .	162
16.	Ecuaciones trigonométricas . . . . .	165
17.	Resolución de triángulos rectángulos . . . . .	165
18.	Teoremas fundamentales para triángulos cualesquiera . . . . .	166
19.	Función inversa . . . . .	168
20.	Las funciones circulares inversas . . . . .	169
21.	Función exponencial y funciones hiperbólicas . . . . .	171
	<i>Ejercicios</i> . . . . .	174
	<i>Cuestionario</i> . . . . .	175

## CAPÍTULO VIII

## Vectores y complejos.

1.	Vectores libres en el plano . . . . .	177
2.	Suma y resta de vectores . . . . .	178
3.	Multipliación de un vector por un número . . . . .	180
4.	Descomposición de un vector y expresión en coordenadas . . . . .	180
5.	Representación vectorial de los complejos; suma y diferencia . . . . .	182
6.	Coordenadas cartesianas oblicuas. Coordenadas polares . . . . .	182
7.	Forma trigonométrica o polar de un número complejo. Producto y cociente . . . . .	184
8.	Potencias y raíces de complejos. Fórmula de MOIVRE . . . . .	186
	<i>Ejercicios</i> . . . . .	188
	<i>Cuestionario</i> . . . . .	189

## CAPÍTULO IX

Trinomio y ecuación de segundo grado.  
Ecuaciones algebraicas. Sistemas no lineales.

1.	El trinomio de segundo grado y la parábola . . . . .	191
2.	Ecuación de segundo grado; resolución y discusión . . . . .	192
3.	Resolución nomográfica . . . . .	194
4.	Suma y producto de las raíces . . . . .	196
5.	Ecuaciones de segundo grado incompletas . . . . .	197
6.	Ecuaciones reducibles al segundo grado; bicuadradas, recíprocas y cuadráticas en expresiones racionales . . . . .	197
7.	Ecuaciones binomias y trinomias . . . . .	200
8.	Ecuaciones irracionales . . . . .	201
9.	Resolución nomográfica de la ecuación de tercer grado . . . . .	202
10.	Fórmula de CARDANO . . . . .	203
X 11.	Sistemas no lineales de dos ecuaciones . . . . .	204

4.	Las cinco relaciones fundamentales entre las líneas de un ángulo . . . . .	146
5.	Reducción de un ángulo al primer cuadrante . . . . .	147
6.	Líneas de algunos ángulos del primer cuadrante . . . . .	148
7.	Variación y diagrama de las funciones circulares . . . . .	150
8.	Tablas trigonométricas, naturales y logarítmicas . . . . .	151
9.	Proyección de un segmento sobre un eje . . . . .	153
10.	Fórmulas de adición de arcos . . . . .	154
11.	Aplicaciones a la geometría analítica: cambio de coordenadas, forma normal de la recta, distancias y ángulos . . . . .	156
12.	Transformación de sumas y restas de senos y cosenos, en monomios	160
13.	Fórmulas de división de arcos . . . . .	161
14.	Funciones periódicas . . . . .	161
15.	La función sinusoidal general. Movimiento vibratorio armónico . .	162
16.	Ecuaciones trigonométricas . . . . .	165
17.	Resolución de triángulos rectángulos . . . . .	165
18.	Teoremas fundamentales para triángulos cualesquiera . . . . .	166
19.	Función inversa . . . . .	168
20.	Las funciones circulares inversas . . . . .	169
21.	Función exponencial y funciones hiperbólicas . . . . .	171
	<i>Ejercicios</i> . . . . .	174
	<i>Cuestionario</i> . . . . .	175

## CAPÍTULO VIII                      Vectores y complejos.

1.	Vectores libres en el plano . . . . .	177
2.	Suma y resta de vectores . . . . .	178
3.	Multiplicación de un vector por un número . . . . .	180
4.	Descomposición de un vector y expresión en coordenadas . . . . .	180
5.	Representación vectorial de los complejos; suma y diferencia . . . .	182
6.	Coordenadas cartesianas oblicuas. Coordenadas polares . . . . .	182
7.	Forma trigonométrica o polar de un número complejo. Producto y cociente . . . . .	184
8.	Potencias y raíces de complejos. Fórmula de MOIVRE . . . . .	186
	<i>Ejercicios</i> . . . . .	188
	<i>Cuestionario</i> . . . . .	189

## CAPÍTULO IX                      Trinomio y ecuación de segundo grado. Ecuaciones algebraicas. Sistemas no lineales.

1.	El trinomio de segundo grado y la parábola . . . . .	191
2.	Ecuación de segundo grado; resolución y discusión . . . . .	192
3.	Resolución nomográfica . . . . .	194
4.	Suma y producto de las raíces . . . . .	196
5.	Ecuaciones de segundo grado incompletas . . . . .	197
6.	Ecuaciones reducibles al segundo grado; bicuadradas, recíprocas y cuadráticas en expresiones racionales . . . . .	197
7.	Ecuaciones binomias y trinomias . . . . .	200
8.	Ecuaciones irracionales . . . . .	201
9.	Resolución nomográfica de la ecuación de tercer grado . . . . .	202
10.	Fórmula de CARDANO . . . . .	203
11.	Sistemas no lineales de dos ecuaciones . . . . .	204