

# Contenido



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RÍOS  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
CENTRO DE MEDIOS  
BIBLIOTECARIOS

Prefacio xii

## 1 Preliminares 1

- 1.1 El sistema de los números reales 1
- 1.2 Decimales, calculadoras y estimación 6
- 1.3 Desigualdades 10
- 1.4 Valores absolutos, raíces cuadradas y cuadrados 14
- 1.5 El sistema de coordenadas rectangulares 19
- 1.6 La línea recta 23
- 1.7 Gráficas de ecuaciones 29
- 1.8 Revisión del capítulo 33
- Proyecto de tecnología 1.1 Graficación 35
- Proyecto de tecnología 1.2 Resolución de ecuaciones por medio de acercamiento 36

## 2 Funciones y límites 37

- 2.1 Funciones y sus gráficas 37
- 2.2 Operaciones con funciones 43
- 2.3 Las funciones trigonométricas 49
- 2.4 Introducción al tema de límites 60
- 2.5 Estudio formal de límites 65
- 2.6 Teoremas de límites 72
- 2.7 Límites que incluyen funciones trigonométricas 77
- 2.8 Límites en infinito, límites infinitos 81
- 2.9 Continuidad de funciones 86
- 2.10 Revisión del capítulo 93
- 2.11 Problemas adicionales 95
- Proyecto de tecnología 2.1 Desplazamiento y escalamiento de la gráfica de una función 97
- Proyecto de tecnología 2.2 Límites 98

## 3 La derivada 99

- 3.1 Dos problemas con el mismo tema 99
- 3.2 La derivada 107
- 3.3 Reglas para encontrar derivadas 113
- 3.4 Derivadas de funciones trigonométricas 120
- 3.5 La regla de la cadena 123
- 3.6 Notación de Leibniz 128
- 3.7 Derivadas de orden superior 133
- 3.8 Derivación implícita 139
- 3.9 Tasas de cambio relacionadas 144
- 3.10 Diferenciales y aproximaciones 151
- 3.11 Revisión del capítulo 156
- 3.12 Problemas adicionales 158
- Proyecto de tecnología 3.1 Rectas secantes y tangentes 160
- Proyecto de tecnología 3.2 Aproximación lineal a una función 160

## 4 Aplicaciones de la derivada 161

- 4.1 Máximos y mínimos 161
- 4.2 Monotonía y concavidad 168
- 4.3 Máximos y mínimos locales 174
- 4.4 Más problemas sobre máximos y mínimos 179
- 4.5 Aplicaciones a economía 188
- 4.6 Elaboración de gráficas más sofisticadas 192
- 4.7 El Teorema del valor medio 198
- 4.8 Revisión del capítulo 202
- 4.9 Problemas adicionales 204
- Proyecto de tecnología 4.1 Reflexión y refracción de la luz 206
- Proyecto de tecnología 4.2 Un problema de optimización 207

## 5 La integral 209

- 5.1 Antiderivadas (integrales indefinidas) 209
- 5.2 Introducción a ecuaciones diferenciales 215
- 5.3 Sumas y notaciones sigma 221
- 5.4 Introducción al área 227
- 5.5 La integral definida 234
- 5.6 El primer teorema fundamental del cálculo 242
- 5.7 El segundo teorema fundamental del cálculo y el Teorema del valor medio para integrales 251
- 5.8 Evaluación de integrales definidas 258
- 5.9 Revisión del capítulo 266
- 5.10 Problemas adicionales 268
- Proyecto de tecnología 5.1 Sumas de Riemann 270
- Proyecto de tecnología 5.2 Funciones de acumulación 271

## 6 Aplicaciones de la integral 273

- 6.1 El área de una región plana 273
- 6.2 Volúmenes de sólidos: rebanadas, discos, arandelas 280
- 6.3 Volúmenes de sólidos de revolución: cascarones 287
- 6.4 Longitud de una curva plana 293
- 6.5 Trabajo 300
- 6.6 Momentos, centro de masa 305
- 6.7 Revisión del capítulo 312
- 6.8 Problemas adicionales 314
- Proyecto de tecnología 6.1 Volumen de un cilindro elíptico 316
- Proyecto de tecnología 6.2 Longitud de arco 317

## 7 Funciones trascendentales 319

- 7.1 La función logaritmo natural 319
- 7.2 Funciones inversas y sus derivadas 325
- 7.3 La función exponencial natural 331
- 7.4 Funciones exponencial y logarítmica generales 336
- 7.5 Crecimiento y decaimiento exponenciales 341
- 7.6 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden 347
- 7.7 Las funciones trigonométricas y sus derivadas 351
- 7.8 Las funciones hiperbólicas y sus inversas 359
- 7.9 Revisión del capítulo 365
- 7.10 Problemas adicionales 366

- Proyecto de tecnología 7.1 Funciones especiales 368  
 Proyecto de tecnología 7.2 Crecimiento poblacional y mínimos cuadrados 369

## 8 Técnicas de integración 371

- 8.1 Integración por sustitución 371  
 8.2 Algunas integrales trigonométricas 377  
 8.3 Sustituciones para racionalizar 381  
 8.4 Integración por partes 386  
 8.5 Integración de funciones racionales 392  
 8.6 Revisión del capítulo 398  
 Proyecto de tecnología 8.1 Integración por medio de un sistema de álgebra computacional 400  
 Proyecto de tecnología 8.2 La ecuación diferencial logística 401

## 9 Formas indeterminadas e integrales impropias 403

- 9.1 Formas indeterminadas del tipo 0/0 403  
 9.2 Otras formas indeterminadas 409  
 9.3 Integrales impropias: Límites de integración infinitos 414  
 9.4 Integrales impropias: Integrandos infinitos 420  
 9.5 Revisión del capítulo 425  
 9.6 Problemas adicionales 426  
 Proyecto de tecnología 9.1 Funciones de densidad de probabilidad 427  
 Proyecto de tecnología 9.2 La distribución normal 428

## 10 Series infinitas 429

- 10.1 Sucesiones infinitas 429  
 10.2 Series infinitas 435  
 10.3 Series positivas: el criterio de la integral 442  
 10.4 Series positivas: otros criterios 447  
 10.5 Series alternantes, convergencia absoluta y convergencia condicional 453  
 10.6 Series de potencias 458  
 10.7 Operaciones sobre series de potencias 462  
 10.8 Series de Taylor y Maclaurin 467  
 10.9 Revisión del capítulo 475  
 Proyecto de tecnología 10.1 Uso de series infinitas para aproximar  $\pi$  477  
 Proyecto de tecnología 10.2 Deducción de Euler de  $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$  478

## 11 Métodos numéricos, aproximaciones 479

- 11.1 La aproximación de Taylor a una función 479  
 11.2 Integración numérica 487  
 11.3 Solución numérica de ecuaciones 494  
 11.4 El algoritmo de punto fijo 499  
 11.5 Aproximaciones para ecuaciones diferenciales 504

- 11.6 Revisión del capítulo 511
- Proyecto de tecnología 11.1 Polinomios de Maclaurin 513
- Proyecto de tecnología 11.2 Integración numérica 514
- Proyecto de tecnología 11.3 Métodos de bisección,  
de Newton y de punto fijo 515

## 12 Cónicas y coordenadas polares 517

- 12.1 La parábola 517
- 12.2 Elipses e hipérbolas 522
- 12.3 Más sobre elipses e hipérbolas 527
- 12.4 Traslación de ejes 531
- 12.5 Rotación de ejes 536
- 12.6 El sistema de coordenadas polares 539
- 12.7 Gráficas de ecuaciones polares 545
- 12.8 Cálculo en coordenadas polares 550
- 12.9 Revisión del capítulo 555
- Proyecto de tecnología 12.1 Rotaciones en el plano 558
- Proyecto de tecnología 12.2 Otro tipo de rosa 558

## 13 Geometría en el plano, vectores 559

- 13.1 Curvas planas: representación paramétrica 559
- 13.2 Vectores en el plano: enfoque geométrico 567
- 13.3 Vectores en el plano: enfoque algebraico 571
- 13.4 Funciones con valores vectoriales y movimiento curvilíneo 577
- 13.5 Curvatura y aceleración 582
- 13.6 Revisión del capítulo 590
- Proyecto de tecnología 13.1 Hipocicloides 592
- Proyecto de tecnología 13.2 Medición de la distancia  
de un cuadrangular 594

## 14 Geometría en el espacio, vectores 595

- 14.1 Coordenadas cartesianas en el espacio tridimensional 595
- 14.2 Vectores en el espacio tridimensional 599
- 14.3 El producto cruz 604
- 14.4 Rectas y curvas en el espacio tridimensional 609
- 14.5 Velocidad, aceleración y curvatura 613
- 14.6 Superficies en el espacio tridimensional 619
- 14.7 Coordenadas cilíndricas y esféricas 623
- 14.8 Revisión del capítulo 628
- Proyecto de tecnología 14.1 Curvas en el espacio tridimensional  
630
- Proyecto de tecnología 14.2 La rueda de la fortuna y la montaña  
rusa en espiral 631

## 15 La derivada en el espacio de dimensión $n$ 633

- 15.1 Funciones de dos o más variables 633
- 15.2 Derivadas parciales 640
- 15.3 Límites y continuidad 645
- 15.4 Diferenciabilidad 650
- 15.5 Derivadas direccionales y gradientes 656
- 15.6 La regla de la cadena 661
- 15.7 Planos tangentes, aproximaciones 666

- 15.8 Máximos y mínimos 670
- 15.9 Método de Lagrange 676
- 15.10 Revisión del capítulo 681
  - Proyecto de tecnología 15.1 Método de Newton para dos ecuaciones con dos incógnitas 683
  - Proyecto de tecnología 15.2 Visualización de la derivada direccional 684

## 16 La integral en el espacio de dimensión $n$ 685

- 16.1 Integrales dobles sobre rectángulos 685
- 16.2 Integrales iteradas 691
- 16.3 Integrales dobles sobre regiones no rectangulares 695
- 16.4 Integrales dobles en coordenadas polares 701
- 16.5 Aplicaciones de las integrales dobles 706
- 16.6 Área de una superficie 711
- 16.7 Integrales triples (coordenadas cartesianas) 715
- 16.8 Integrales triples (coordenadas cilíndricas y esféricas) 722
- 16.9 Revisión del capítulo 727
  - Proyecto de tecnología 16.1 Ley de la Gravitación de Newton 728
  - Proyecto de tecnología 16.2 Integración de Monte Carlo 729

## 17 Cálculo vectorial 731

- 17.1 Campos vectoriales 731
- 17.2 Integrales de línea 735
- 17.3 Independencia de la trayectoria 741
- 17.4 Teorema de Green en el plano 748
- 17.5 Integrales de superficie 754
- 17.6 Teorema de la divergencia de Gauss 759
- 17.7 Teorema de Stokes 765
- 17.8 Revisión del capítulo 769
  - Proyecto de tecnología 17.1 Integrales de línea y trabajo 770
  - Proyecto de tecnología 17.2 Superficies parametrizadas 771

## 18 Ecuaciones diferenciales 773

- 18.1 Ecuaciones lineales homogéneas 773
- 18.2 Ecuaciones no homogéneas 778
- 18.3 Aplicaciones de las ecuaciones de segundo orden 782
- 18.4 Revisión del capítulo 786
  - Proyecto de tecnología 18.1 Cuerda vibrante 787
  - Proyecto de tecnología 18.2 Retratos fase 787

## Apéndice 789

- A.1 Inducción matemática 789
- A.2 Demostración de varios teoremas 792
- A.3 Una visión retrospectiva 795

Respuestas a los problemas impares R-1

Índice I-1

Créditos de fotografías C-1