

# CONTENIDO



Biblioteca "Dr. Eduardo A. Barbagelata"

Facultad de Ingeniería - UNER

5 0 6 2

## Prefacio

ix

# Volumen I

1

## Preliminares

1

- 1.1 Los números reales y la recta real 1
- 1.2 Rectas, círculos y parábolas 9
- 1.3 Funciones y sus gráficas 19
- 1.4 Identificación de funciones: modelos matemáticos 28
- 1.5 Combinación de funciones; traslaciones y cambio de escala en gráficas 38
- 1.6 Funciones trigonométricas 48
- 1.7 Graficación con calculadoras y computadoras 59
- PREGUNTAS DE REPASO 68
- EJERCICIOS DE PRÁCTICA 69
- EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS 71

2

## Límites y continuidad

73

- 2.1 Razón de cambio y límites 73
- 2.2 Cálculo de límites mediante las leyes de los límites 84
- 2.3 La definición formal de límite 91
- 2.4 Límites laterales y límites al infinito 102
- 2.5 Límites infinitos y asíntotas verticales 115
- 2.6 Continuidad 124
- 2.7 Tangentes y derivadas 134
- PREGUNTAS DE REPASO 141
- EJERCICIOS DE PRÁCTICA 142
- EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS 144

3

## Derivadas

147

- 3.1 La derivada como una función 147
- 3.2 Reglas de diferenciación 159

3.3	La derivada como razón de cambio	171
3.4	Derivadas de funciones trigonométricas	183
3.5	Regla de la cadena y ecuaciones paramétricas	190
3.6	Diferenciación implícita	205
3.7	Razones de cambio o tasas relacionadas	213
3.8	Linealización y diferenciales	221
	PREGUNTAS DE REPASO	235
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	235
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	240

## 4

## Aplicaciones de las derivadas

244

4.1	Valores extremos de una ecuación	244
4.2	El teorema del valor medio	255
4.3	Funciones monótonas y el criterio de la primera derivada	262
4.4	Concavidad y trazado de curvas	267
4.5	Problemas de optimización aplicados	278
4.6	Formas indeterminadas y la regla de L'Hôpital	292
4.7	El método de Newton	299
4.8	Antiderivadas	307
	PREGUNTAS DE REPASO	318
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	318
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	322

## 5

## Integración

325

5.1	Estimación con sumas finitas	325
5.2	Notación sigma y límites de sumas finitas	335
5.3	La integral definida	343
5.4	El teorema fundamental del cálculo	356
5.5	Las integrales indefinidas y la regla de sustitución	368
5.6	Sustitución y áreas entre curvas	376
	PREGUNTAS DE REPASO	387
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	388
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	391

## 6

## Aplicaciones de las integrales definidas

396

6.1	Cálculo de volúmenes por secciones transversales y por rotación alrededor de un eje	396
6.2	Cálculo de volúmenes por medio de casquillos cilíndricos	409
6.3	Longitudes de curvas planas	416
6.4	Momentos y centro de masa	424
6.5	Áreas de superficies de revolución y el teorema de Pappus	436
6.6	Trabajo	447
6.7	Presiones y fuerzas en fluidos	456



PREGUNTAS DE REPASO	461
EJERCICIOS DE PRÁCTICA	461
EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	464

## 7

## Funciones trascendentes

466

7.1	Funciones inversas y sus derivadas	466
7.2	Logaritmos naturales	476
7.3	La función exponencial	486
7.4	$a^x$ y $\log_a x$	495
7.5	Crecimiento y decaimiento exponenciales	502
7.6	Razones de crecimiento relativas	511
7.7	Funciones trigonométricas inversas	517
7.8	Funciones hiperbólicas	535
	PREGUNTAS DE REPASO	546
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	547
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	550

## 8

## Técnicas de integración

553

8.1	Fórmulas básicas de integración	553
8.2	Integración por partes	561
8.3	Integración de funciones racionales por medio de fracciones parciales	570
8.4	Integrales trigonométricas	581
8.5	Sustituciones trigonométricas	586
8.6	Tablas de integrales y sistemas de álgebra por computadora (SAC)	593
8.7	Integración numérica	603
8.8	Integrales impropias	619
	PREGUNTAS DE REPASO	633
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	634
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	638

## 9

## Aplicaciones adicionales de integración

642

9.1	Campos de pendientes y ecuaciones diferenciables separables	642
9.2	Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden	650
9.3	Método de Euler	659
9.4	Soluciones gráficas de ecuaciones diferenciales autónomas	665
9.5	Aplicaciones de ecuaciones diferenciales de primer orden	673
	PREGUNTAS DE REPASO	682
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	682
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	683

# Volumen II

## 10

### Secciones cónicas y coordenadas polares

685

10.1	Secciones cónicas y ecuaciones cuadráticas	685
10.2	Clasificación de secciones cónicas por su excentricidad	697
10.3	Ecuaciones cuadráticas y rotaciones	702
10.4	Cónicas y ecuaciones paramétricas; la cicloide	709
10.5	Coordenadas polares	714
10.6	Gráficas en coordenadas polares	719
10.7	Áreas y longitudes en coordenadas polares	725
10.8	Secciones cónicas en coordenadas polares	732
	PREGUNTAS DE REPASO	739
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	739
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	742

## 11

### Sucesiones y series infinitas

746

11.1	Sucesiones	747
11.2	Series infinitas	761
11.3	Criterio de la integral	772
11.4	Pruebas de comparación	777
11.5	Pruebas de la raíz y de la razón	781
11.6	Series alternantes, convergencia absoluta y convergencia condicional	787
11.7	Series de potencias	794
11.8	Series de Taylor y de Maclaurin	805
11.9	Convergencia de series de Taylor; estimación de errores	811
11.10	Aplicaciones de las series de potencias	822
11.11	Series de Fourier	833
	PREGUNTAS DE REPASO	839
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	840
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	843

## 12

### Los vectores y la geometría del espacio

848

12.1	Sistemas de coordenadas tridimensionales	848
12.2	Vectores	853
12.3	El producto punto	862
12.4	El producto cruz	873
12.5	Rectas y planos en el espacio	880
12.6	Cilindros y superficies cuádricas	889
	PREGUNTAS DE REPASO	899
	EJERCICIOS DE PRÁCTICA	900
	EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS	902



**13****Funciones con valores vectoriales y movimiento en el espacio****906**

- 13.1 Funciones vectoriales 906
- 13.2 Cómo modelar el movimiento de un proyectil 920
- 13.3 Longitud de arco y el vector tangente unitario  $\mathbf{T}$  931
- 13.4 Curvatura y el vector unitario normal  $\mathbf{N}$  936
- 13.5 Torsión y el vector unitario binormal  $\mathbf{B}$  943
- 13.6 Movimiento de planetas y satélites 950
- PREGUNTAS DE REPASO 959
- EJERCICIOS DE PRÁCTICA 960
- EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS 962



Biblioteca "Dr. Eduardo A. Barbagelata"

Facultad de Ingeniería - UNER

**14****Derivadas parciales****965**

- 14.1 Funciones de varias variables 965
- 14.2 Límites y continuidad en dimensiones superiores 976
- 14.3 Derivadas parciales 984
- 14.4 Regla de la cadena 996
- 14.5 Derivadas direccionales y vectores gradiente 1005
- 14.6 Planos tangentes y diferenciales 1015
- 14.7 Valores extremos y puntos de silla 1027
- 14.8 Multiplicadores de Lagrange 1038
- 14.9 Derivadas parciales con variables restringidas 1049
- 14.10 Fórmula de Taylor para dos variables 1054
- PREGUNTAS DE REPASO 1059
- EJERCICIOS DE PRÁCTICA 1060
- EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS 1063

**15****Integrales Múltiples****1067**

- 15.1 Integrales dobles 1067
- 15.2 Área, momentos y centros de masa 1081
- 15.3 Integrales dobles en forma polar 1092
- 15.4 Integrales triples en coordenadas rectangulares 1098
- 15.5 Masas y momentos en tres dimensiones 1109
- 15.6 Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas 1114
- 15.7 Sustitución en integrales múltiples 1128
- PREGUNTAS DE REPASO 1137
- EJERCICIOS DE PRÁCTICA 1138
- EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS 1140



**16****Integración en Campos Vectoriales****1143**

- 16.1 Integrales de línea 1143
- 16.2 Campos vectoriales, trabajo, circulación y flujo 1149
- 16.3 Independencia de la trayectoria, funciones potenciales  
y campos conservativos 1160
- 16.4 Teorema de Green en el plano 1169
- 16.5 Área de superficies e integrales de superficie 1182
- 16.6 Superficies parametrizadas 1192
- 16.7 Teorema de Stokes 1201
- 16.8 El teorema de la divergencia y una teoría unificada 1211
- PREGUNTAS DE REPASO 1222
- EJERCICIOS DE PRÁCTICA 1223
- EJERCICIOS ADICIONALES Y AVANZADOS 1226

**Apéndices****AP-1**

- A.1 Inducción matemática AP-1
- A.2 Demostración de los teoremas de límites AP-4
- A.3 Límites que aparecen comúnmente AP-7
- A.4 Teoría de los números reales AP-9
- A.5 Números complejos AP-12
- A.6 La ley distributiva para el producto cruzado de vectores AP-22
- A.7 El teorema de la derivada mixta y el teorema del incremento AP-23
- A.8 El área de la proyección de un paralelogramo en un plano AP-28
- A.9 Fórmulas básicas de álgebra, geometría y trigonometría AP-29

**Respuestas****R-1****Índice****I-1****Breve tabla de integrales****T-1****Créditos****C-1**