

Table des matières

Avant-propos	1
Images	4
Chapitre I. – Signaux et systèmes	5
LEÇON n° 1. – Où il est question de signaux et de systèmes	6
1.1. Généralités	6
1.2. Quelques signaux élémentaires	9
1.3. Exemples de systèmes	11
LEÇON n° 2. – Où les filtres font des transferts	15
2.1. Propriétés algébriques des systèmes	15
2.2. La continuité d'un système	16
2.3. Le filtre et sa fonction de transfert	18
2.4. Un filtre analogique standard : la cellule RC	19
2.5. Cas d'un filtre discret du premier ordre	21
Chapitre II. – Signaux périodiques	23
LEÇON n° 3. – Les signaux trigonométriques	24
3.1. Polynômes trigonométriques	24
3.2. Représentation en sinus et cosinus	25
3.3. Propriété d'orthogonalité	25
LEÇON n° 4. – Etude d'un signal périodique quelconque. Séries de Fourier	27
4.1. Le cadre de l'espace $L^2_{\mathbb{P}}(0, a)$	27
4.2. L'idée d'approximation	28
4.3. Convergence de l'approximation	30
4.4. Coefficients de Fourier d'une fonction réelle, paire, impaire	34
4.5. Formulaire	35
LEÇON n° 5. – Le problème de la représentation ponctuelle d'une fonction par sa série de Fourier	36
5.1. Le théorème de Riemann-Lebesgue	36
5.2. Convergence ponctuelle?	37
5.3. Convergence uniforme de la série de Fourier	41

LEÇON n° 6. – Développement d'une fonction sur une base orthogonale	44
6.1. Développement en série de Fourier sur un intervalle borné	44
6.2. Développement d'une fonction sur une base orthogonale	46
LEÇON n° 7. – Fréquences, spectres et gammes	49
7.1. Fréquences et spectre	49
7.2. Variations sur la gamme	51
Chapitre III. – Transformée de Fourier discrète et calcul numérique	54
LEÇON n° 8. – La transformée de Fourier discrète	55
8.1. Le calcul des coefficients de Fourier	55
8.2. Quelques propriétés de la transformée de Fourier discrète	59
8.3. Transformée de Fourier de données réelles	61
8.4. Relation entre coefficients de Fourier exacts et approchés	61
LEÇON n° 9. – Un algorithme fulgurant et ... célèbre	64
9.1. L'algorithme de Cooley et Tuckey	64
9.2. Évaluation du coût de l'algorithme	67
9.3. La permutation miroir	68
9.4. Un programme récursif	69
LEÇON n° 10. – Utilisation de l'algorithme TFR en calcul numérique	71
10.1. Calcul d'une convolution périodique	71
10.2. Convolution non périodique	73
10.3. Calcul sur des polynômes de degré élevé	74
10.4. Interpolation polynomiale et base de Tchebychev	76
Chapitre IV. – Mise au point sur l'intégrale de Lebesgue	81
LEÇON n° 11. – De B. Riemann à H. Lebesgue	82
11.1. Un peu d'histoire	82
11.2. Un autre point de vue	84
11.3. En guise de transition	84
LEÇON n° 12. – Où l'on essaie de mesurer les ensembles	86
12.1. Ensembles mesurables. Mesure	86
12.2. Ensembles de mesure nulle	88
12.3. Les fonctions mesurables	90
LEÇON n° 13. – Intégration des fonctions mesurables	93
13.1. Construction de l'intégrale	93
13.2. Propriétés élémentaires de l'intégrale	95
13.3. Intégrale et ensemble de mesure nulle	97
13.4. Comparaison entre l'intégrale de Riemann et Lebesgue	98

LEÇON n° 14. – Où l'on fait du calcul intégral	101
14.1. <i>Le théorème de la convergence dominée de Lebesgue</i>	101
14.2. <i>Intégrale dépendant d'un paramètre</i>	102
14.3. <i>Le théorème de Fubini</i>	104
14.4. <i>Formule de changement de variable dans les intégrales</i>	104
14.5. <i>Intégrale indéfinie de Lebesgue et primitive</i>	105
Chapitre V. – Espaces	108
LEÇON n° 15. – Espaces de fonctions	109
15.1. <i>Les espaces de fonctions dérivables</i>	109
15.2. <i>Les espaces de fonctions intégrables</i>	111
15.3. <i>Propriétés d'inclusion et de densité</i>	113
LEÇON n° 16. – Espaces de Hilbert	116
16.1. <i>Définitions et propriétés géométriques</i>	116
16.2. <i>Meilleure approximation sur un sous-espace vectoriel</i>	118
16.3. <i>Systèmes orthogonaux – bases hilbertiennes</i>	121
Chapitre VI. – Convolution et transformée de Fourier des fonctions	127
LEÇON n° 17. – Transformée de Fourier des fonctions intégrables	128
17.1. <i>Transformée de Fourier dans $L^1(\mathbb{R})$</i>	128
17.2. <i>Règles de calcul sur la transformée de Fourier</i>	130
17.3. <i>Quelques exemples usuels</i>	132
LEÇON n° 18. – La transformée de Fourier inverse	135
18.1. <i>Le théorème d'inversion dans $L^1(\mathbb{R})$</i>	135
18.2. <i>Quelques transformées de Fourier obtenues par la formule d'inversion</i>	137
18.3. <i>Formule d'inversion de Fourier en valeur principale</i>	138
LEÇON n° 19. – L'espace $\mathcal{S}(\mathbb{R})$	141
19.1. <i>Les fonctions à décroissance rapide</i>	141
19.2. <i>L'espace $\mathcal{S}(\mathbb{R})$</i>	142
19.3. <i>Transformée de Fourier inverse sur \mathcal{S}</i>	144
LEÇON n° 20. – La convolution des fonctions	145
20.1. <i>Définitions et exemples</i>	145
20.2. <i>Convolution dans $L^1(\mathbb{R})$</i>	147
20.3. <i>Convolution dans $L^p(\mathbb{R})$</i>	148
20.4. <i>Convolution des fonctions à support limité</i>	150
20.5. <i>Tableau récapitulatif</i>	152
LEÇON n° 21. – Convolution, dérivation et régularisation	153
21.1. <i>Convolution et continuité</i>	153

21.2. Convolution et dérivation	154
21.3. Convolution et régularisation	154
21.4. La convolution $\mathcal{S}(\mathbb{R}) * \mathcal{S}(\mathbb{R})$	156
LEÇON n° 22. – Transformée de Fourier dans $L^2(\mathbb{R})$	158
22.1. Extension de la transformée de Fourier	158
22.2. Application au calcul de certaines transformées de Fourier	161
22.3. Le principe d'incertitude	162
LEÇON n° 23. – Convolution et transformation de Fourier	164
23.1. Convolution et transformation de Fourier dans $L^1(\mathbb{R})$	164
23.2. Convolution et transformation de Fourier dans $L^2(\mathbb{R})$	166
23.3. Convolution et transformation de Fourier : récapitulatif	167
Chapitre VII. – Filtres analogiques	170
LEÇON n° 24. – Application aux filtres analogiques gouvernés par une équation différentielle	171
24.1. Cas où l'entrée et la sortie sont dans \mathcal{S}	171
24.2. Solution généralisée de l'équation différentielle	173
24.3. Calcul de la réponse impulsionnelle quand $d^\circ P < d^\circ Q$	174
24.4. Stabilité	176
24.5. Systèmes réalisables	176
24.6. Gain et temps de réponse	178
24.7. Le critère de Routh	178
LEÇON n° 25. – Exemples de filtres analogiques	180
25.1. Retour sur le filtre RC	180
25.2. Le circuit RLC	181
25.3. Un autre filtre du second ordre : $-\frac{1}{\omega^2} g'' + g = f$	185
25.4. Filtres intégrateur et dérivateur	186
25.5. Le filtre passe-bas idéal	187
25.6. Les filtres de Butterworth	189
25.7. Le problème général de l'approximation	191
Chapitre VIII. – Les distributions	192
LEÇON n° 26. – Où les fonctions s'avèrent insuffisantes	193
26.1. L'impulsion en physique	193
26.2. Dérapage incontrôlé sur l'impulsion	195
26.3. Une dérivation new-look	197
26.4. Naissance d'une nouvelle théorie	199
LEÇON n° 27. – Qu'est-ce qu'une distribution?	200
27.1. L'idée de base	200

27.2. L'espace $\mathcal{D}(\mathbb{R})$ des fonctions test	201
27.3. Définition d'une distribution	202
27.4. Les distributions comme fonctions généralisées	203
LEÇON n° 28. – Opérations élémentaires sur les distributions	207
28.1. Distributions paires, impaires ou périodiques	207
28.2. Support d'une distribution	209
28.3. Produit d'une distribution par une fonction	210
28.4. Dérivée d'une distribution	211
28.5. Où apparaissent de nouvelles distributions	214
LEÇON n° 29. – Convergence d'une suite de distributions	218
29.1. Limite d'une suite de distributions	218
29.2. Retour sur l'impulsion de Dirac	219
29.3. Lien avec la convergence des fonctions	220
29.4. Application à la convergence des séries trigonométriques	221
29.5. Développement en série de Fourier du peigne de Dirac	223
LEÇON n° 30. – Primitives d'une distribution	227
30.1. Distributions ayant une dérivée nulle	227
30.2. Primitives d'une distribution	228
Chapitre IX. – Convolution et transformée de Fourier des distributions.....	230
LEÇON n° 31. – Transformée de Fourier des distributions	231
31.1. L'espace $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ des distributions tempérées	231
31.2. La transformée de Fourier dans $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$	234
31.3. Exemples de transformées de Fourier dans $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$	236
31.4. L'espace $\mathcal{E}'(\mathbb{R})$ des distributions à support compact	238
31.5. La transformation de Fourier dans $\mathcal{E}'(\mathbb{R})$	239
31.6. Formulaire – Transformées de Fourier des distributions tempérées .	241
LEÇON n° 32. – Convolution des distributions	242
32.1. Convolution d'une distribution et d'une fonction \mathcal{C}^∞	242
32.2. Convolution $\mathcal{E}' * \mathcal{D}'$	245
32.3. La convolution $\mathcal{E}' * \mathcal{S}'$	248
32.4. Convolution $\mathcal{D}'_+ * \mathcal{D}'_+$	249
32.5. L'associativité de la convolution	250

LEÇON n° 33. – Convolution et transformation de Fourier des distributions	253
33.1. Transformation de Fourier et convolution $\mathcal{S} * \mathcal{S}^1$	253
33.2. Transformation de Fourier et convolution $\mathcal{E}^1 * \mathcal{S}^1$	254
33.3. Transformation de Fourier et convolution $L^2 * L^2$	255
33.4. La transformation de Hilbert	255
33.5. Signal analytique associé à un signal réel	257
Chapitre X. – Filtrés et distributions	258
LEÇON n° 34. – Filtrés, équations différentielles et distributions	259
34.1. Compléments sur les filtres	259
34.2. Filtrés réalisables (ou causals)	261
34.3. Solutions tempérées d'équations différentielles linéaires	261
LEÇON n° 35. – Filtrés réalisables et équations différentielles	265
35.1. Expression de la solution causale de l'équation	265
35.2. Exemples	267
Chapitre XI. – Echantillonnage et filtres discrets	272
LEÇON n° 36. – Distributions périodiques	273
36.1. Série de Fourier d'une fonction périodique localement intégrable ..	273
36.2. Série de Fourier d'une distribution périodique	274
36.3. Produit d'une distribution et d'une fonction périodiques	278
LEÇON n° 37. – Echantillonnage des signaux et formule de Poisson	280
37.1. Formule de Poisson dans \mathcal{E}^1	281
37.2. Formule de Poisson dans $L^1(\mathbb{R})$	282
37.3. Application à l'étude du spectre d'un signal échantillonné	284
37.4. Application à l'accélération de la convergence d'une série de Fourier	287
LEÇON n° 38. – Théorème d'échantillonnage et formule de Shannon	288
38.1. Théorème de Shannon	290
38.2. Cas d'une fonction trigonométrique $f(t) = \sum_{n=-N}^N c_n e^{2i\pi\lambda_n t}$	291
38.3. Non-exactitude de la formule de Shannon sur \mathcal{S}^1	292
38.4. La base des fonctions sinus cardinal	292
38.5. Echantillonnage et calcul numérique d'un spectre	294
LEÇON n° 39. – Filtrés discrets et convolution	297
39.1. Signaux et filtres discrets	297
39.2. Convolution de deux signaux discrets	298
39.3. Cas où les deux supports sont non limités	300

39.4. <i>Résumé</i>	303
39.5. <i>Stabilité et causalité d'un filtre discret</i>	304
LEÇON n° 40. – Transformée en z et filtres discrets	306
40.1. <i>Transformée en z d'un signal discret</i>	306
40.2. <i>Application aux filtres discrets</i>	309
Chapitre XII. – Perspectives actuelles : l'analyse temps-fréquence	313
LEÇON n° 41. – La transformée de Fourier à fenêtre glissante	314
41.1. <i>Les limites de l'analyse de Fourier standard</i>	314
41.2. <i>Où l'on ouvre des fenêtres</i>	315
41.3. <i>Les formules de D. Gabor</i>	317
41.4. <i>Bilan sur les méthodes de Fourier et Gabor</i>	321
LEÇON n° 42. – L'analyse de signaux par ondelettes	323
42.1. <i>L'idée de base : l'accordéon</i>	323
42.2. <i>La transformée en ondelettes</i>	325
42.3. <i>Les ondelettes orthogonales</i>	333
42.4. <i>Analyses multirésolution de L^2</i>	337
42.5. <i>Analyse multirésolution et base d'ondelettes</i>	340
42.6. <i>Conclusion</i>	351
INDEX ALPHABÉTIQUE DES MATIÈRES	351