

ÍNDICE GENERAL

ADVERTENCIA DEL EDITOR	7
PREFACIO	9
AGRADECIMIENTOS	11
0. PRELIMINARES	13
Conjuntos	13
Partes y complementos; unión e intersección	14
Relaciones	18
Funciones	22
Órdenes	25
Conceptos algebraicos	29
Los números reales	31
Conjuntos numerables	37
Números cardinales	40
Números ordinales	41
Producto cartesiano	42
Principio maximal de Hausdorff	44
1. ESPACIOS TOPOLÓGICOS	50
Topologías y entornos	50
Conjuntos cerrados	53
Puntos de acumulación	54
Clausura	55
Interior y frontera	57
Bases y sub-bases	59
Relativización; separación	64
Conjuntos conexos	67
Problemas	69

A. Supremo e ínfimo de topologías; B. Topologías a partir de sistemas de entornos; C. Topologías a partir de operadores de interior; D. Puntos de acumulación en espacios T_1 ; E. Problema de Kuratowski de las clausuras y complementos; F. Ejercicio sobre espacios con base numerable; G. Ejercicio sobre conjuntos densos; H. Puntos de acumulación; I. La topología del orden; J. Propiedades de los números reales; K. Topología de los intervalos semiabiertos; L. Topología de los rectángulos semiabiertos; M. Ejemplo (los ordinales) sobre el primer y el segundo axioma de numerabilidad; N. Condición de cadena numerable; O. El plano euclídeo; P. Ejemplos sobre componentes; Q. Teorema sobre conjuntos separados; R. Teorema de cadena finita para conjuntos conexos; S. Espacios localmente conexos; T. El teorema de reducción de Brouwer.

2. CONVERGENCIA MOORE-SMITH	78
Introducción	78
Conjuntos dirigidos y redes	81
Subredes y puntos de aglomeración	85
Sucesiones y subsucesiones	88
Clases de convergencia	89
Problemas	92

A. Ejercicio sobre sucesiones; B. Ejemplo: las sucesiones son inadecuadas; C. Ejercicio sobre espacios de Hausdorff: espacios puerta; D. Ejercicio sobre subsucesiones; E. Ejemplo: los conjuntos cofinales son inadecuados; F. Redes monótonas; G. Teoría de la integración, grado elemental; H. Teoría de la integración, grado útil; I. Ideales maximales en reticulados; J. Redes universales; K. Anillos de Boole: hay suficientes homomorfismos; L. Filtros.

3. ESPACIOS PRODUCTO Y COCIENTE	103
Funciones continuas	103
Espacios producto	107
Espacios cociente	113
Problemas	119

A. Espacios conexos; B. Teorema sobre continuidad; C. Ejercicio sobre funciones continuas; D. Continuidad en un punto, extensión continua; E. Ejercicio sobre funciones reales continuas; F. Funciones semicontinuas superiormente; G. Ejercicio sobre equivalencias topológicas; H. Homeomorfismos y funciones biunívocas continuas; I. Continuidad en cada una de dos variables; J. Ejercicio sobre el plano euclídeo n -dimensional; K. Ejercicio sobre clausura, interior y frontera en productos; L. Ejercicio sobre espacios producto; M. Producto de espacios con bases numerables; N. Ejemplo sobre productos y separabilidad; O. Producto de espacios conexos; P. Ejercicio sobre espacios T_1 ; Q. Ejercicio sobre espacios cociente; R. Ejemplo sobre espacios cociente y sucesiones diagonales; S. Grupos topológicos; T. Subgrupos en un grupo topológico; U. Grupo cociente y homomorfismos; V. Espacio caja; W. Funcionales en espacios lineales reales; X. Espacios lineales reales topológicos.

4. INMERSIÓN Y METRIZACIÓN	133
Existencia de funciones continuas	134
Inmersión en cubos	137
Espacios métricos y pseudométricos	140
Metrización	146
Problemas	152

A. Espacios regulares; B. Continuidad de las funciones de un espacio métrico; C. Problema sobre métricas; D. Métrica de Hausdorff para subconjuntos; E. Ejemplo (los ordinales) sobre producto de espacios normales; F. Ejemplo (la Tabla de Tjonov) sobre subespacios de espacios normales; G. Ejemplo: productos de cocientes y espacios de Hausdorff no regulares; H. Propiedades hereditarias, productivas y divisibles; I. Espacio de intervalos semiabiertos; J. El conjunto de los ceros de una función real continua; K. Espacios perfectamente normales; L. Caracterización de los espacios completamente regulares; M. Particiones semicontinuas superiormente de un espacio normal.

5. ESPACIOS COMPACTOS	158
Equivalencias	158
Compacidad y propiedades de separación	163
Productos de espacios compactos	166
Espacios localmente compactos	169
Espacios cociente	171
Compactación	172
Lema del cubrimiento de Lebesgue	177
Paracompacidad	180
Problemas	185

A. Ejercicio sobre funciones reales de un espacio compacto; B. Subconjuntos compactos; C. Compacidad con respecto a la topología del orden; D. Isometrías de espacios métricos compactos; E. Espacios numerablemente compactos y secuencialmente compactos; F. Compacidad: la intersección de compactos conexos; G. Problema sobre compacidad local; H. Caracterización de la compacidad por cadenas; I. Puntos de acumulación completos; J. Ejemplo: el cuadrado unidad con orden de diccionario; K. Ejemplo (los ordinales) sobre normalidad y productos; L. La línea transfinita; M. Ejemplo: el espacio de Helly; N. Ejemplos sobre funciones cerradas y compacidad local; O. Espacios de Cantor; P. Caracterización de la compactación de Stone-Čech; Q. Ejemplo (los ordinales) sobre compactación; R. La compactación de Wallman; S. Anillos de Boole; teorema de representación de Stone; T. Espacios compactos conexos (el argumento de cadena); U. Espacios totalmente normales; V. Cubrimientos puntualmente finitos y espacios metacompactos; W. Partición de la unidad; X. El teorema de intercalación para funciones semicontinuas; Y. Espacios paracompactos; Z. El teorema de Tjonov y el axioma de elección.

6. ESPACIOS UNIFORMES	202
Uniformidades y la topología uniforme	203
Continuidad uniforme; uniformidad producto	208
Metrización	212
Completidad	218
Completación	223
Espacios compactos	225
Para espacios métricos solamente	228
Problemas	232

A. Ejercicio sobre relaciones cerradas; B. Ejercicio sobre el producto de dos espacios uniformes; C. Un espacio uniforme discreto no metrizable; D. Ejercicio: espacios uniformes con una base cadena; E. Ejemplo: un espacio muy incompleto (los ordinales); F. El teorema de la sub-base para totalmente acotados; G. Algunas uniformidades extremales; H. Sistemas uniformes de entornos; I. "Ecartes" y métricas; J. Sistemas de cubrimientos uniformes; K. Espacios topológicamente completos: espacios metrizable; L. Espacios topológicamente completos: espacios uniformizables; M. El argumento del subespacio discreto: compacidad numerable; N. Métricas invariantes; O. Grupos topológicos: uniformidades y metrización; P. Partes casi abiertas de un grupo topológico; Q. Completación de grupos topológicos; R. Homomorfismos continuos y abiertos: el teorema del gráfico cerrado; S. Sumabilidad; T. Espacios uniformemente localmente

compactos; U. El teorema de la acotación uniforme; V. σ -anillos de Boole.

7. ESPACIOS FUNCIONALES	249
Convergencia puntual	249
Topología compacta abierta y continuidad conjunta	253
Convergencia uniforme	257
Convergencia uniforme sobre compactos	261
Compacidad y equicontinuidad	263
Continuidad pareja	266
Problemas	269

A. Ejercicio sobre la topología de la convergencia puntual; B. Ejercicio sobre convergencia de funciones; C. Convergencia puntual sobre un subconjunto denso; D. El proceso diagonal y la compacidad secuencial; E. Teorema de Dini; F. Continuidad de una función inducida; G. Equicontinuidad uniforme; H. Ejercicio sobre la uniformidad \mathcal{U}/\mathcal{C} ; I. Continuidad de la evaluación; J. Subespacios, productos y cocientes de k -espacios; K. La k -extensión de una topología; L. Caracterización de la continuidad pareja; M. Convergencia continua; N. El adjunto de un espacio lineal normado; O. El teorema de extensión de Tietze; P. Lema de densidad para subespacios lineales de $C(X)$; Q. El lema de la raíz cuadrada para álgebras de Banach; R. El teorema de Stone-Weierstrass; S. Estructura de $C(X)$; T. Compactación de grupos: funciones casi periódicas.

APÉNDICE. TEORÍA ELEMENTAL DE CONJUNTOS	284
El axioma-esquema de clasificación	285
El axioma-esquema de clasificación (<i>continuación</i>)	287
Álgebra de clases elemental	288
Existencia de conjuntos	291
Pares ordenados: relaciones	293
Funciones	295
Buena ordenación	298
Ordinales	301
Enteros	307
El axioma de elección	308
Números cardinales	310
BIBLIOGRAFÍA	319
ÍNDICE ALFABÉTICO	327

Esta edición de 5.000 ejemplares
se terminó de imprimir en los
Talleres Gráficos Talgraf
Talcahuano 638 P. B. H - Buenos Aires
el día 13 de Septiembre de 1975