



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RÍOS
FACULTAD DE INGENIERIA
CENTRO DE MEDIOS
BIBLIOTECA

671

Índice analítico

Capítulo 1	El sistema de los números reales y el de los complejos	
1.1	Introducción	1
1.2	Los axiomas de cuerpo	2
1.3	Los axiomas de orden	2
1.4	Representación geométrica de los números reales	4
1.5	Intervalos	4
1.6	Los enteros	5
1.7	Teorema de descomposición única para enteros	6
1.8	Los números racionales	8
1.9	Los números irracionales	8
1.10	Cotas superiores; elemento máximo, cota superior mínima (supremo)	10
1.11	El axioma de completitud	11
1.12	Algunas propiedades del supremo	12
1.13	Propiedades de los enteros deducidas del axioma de completitud	13
1.14	La propiedad arquimediana del sistema de los números reales	13
1.15	Los números racionales con representación decimal finita	13
1.16	Aproximaciones decimales finitas de los números reales	14
1.17	Representaciones decimales infinitas de los números reales	15
1.18	Valor absoluto y desigualdad triangular	16
1.19	La desigualdad de Cauchy-Schwarz	17
1.20	Más y menos infinito y la extensión \mathbf{R}^* del sistema de los números reales	18
1.21	Los números complejos	19
1.22	Representación geométrica de los números complejos	21
1.23	La unidad imaginaria	22
1.24	Valor absoluto de un número complejo	22
1.25	Imposibilidad de ordenar los números complejos	23
1.26	Exponenciales complejas	24
1.27	Otras propiedades de las exponenciales complejas	25
1.28	El argumento de un número complejo	25
1.29	Potencias enteras y raíces de números complejos	26
1.30	Los logaritmos complejos	28
1.31	Potencias complejas	29
1.32	Senos y cosenos complejos	30
1.33	Infinito y el plano complejo ampliado \mathbf{C}^*	30
	Ejercicios	31

Capítulo 2	Algunas nociones básicas de la teoría de conjuntos	39
2.1	Introducción	39
2.2	Notaciones	39
2.3	Pares ordenados	40
2.4	Producto cartesiano de dos conjuntos	41
2.5	Relaciones y funciones	41
2.6	Más terminología referente a funciones	42
2.7	Funciones uno a uno e inversas	43
2.8	Funciones compuestas	45
2.9	Sucesiones	45
2.10	Conjuntos coordinables (equipotentes)	46
2.11	Conjuntos finitos e infinitos	46
2.12	Conjuntos numerables y no numerables	47
2.13	El conjunto de los números reales no es numerable	48
2.14	Álgebra de conjuntos	49
2.15	Colecciones numerables de conjuntos numerables	51
	Ejercicios	52
Capítulo 3	Elementos de topología en conjuntos de puntos	57
3.1	Introducción	57
3.2	El espacio euclídeo \mathbf{R}^n	57
3.3	Bolas abiertas y conjuntos abiertos de \mathbf{R}^n	60
3.4	La estructura de los conjuntos abiertos de \mathbf{R}^1	61
3.5	Conjuntos cerrados	63
3.6	Puntos adherentes. Puntos de acumulación	63
3.7	Conjuntos cerrados y puntos adherentes	65
3.8	Teorema de Bolzano-Weierstrass	66
3.9	Teorema de encaje de Cantor	68
3.10	Teorema del recubrimiento de Lindelöf	68
3.11	Teorema del recubrimiento de Heine-Borel	70
3.12	Compacidad en \mathbf{R}^n	71
3.13	Espacios métricos	73
3.14	Topología en espacios métricos	74
3.15	Subconjuntos compactos de un espacio métrico	77
3.16	Frontera de un conjunto	78
	Ejercicios	78
Capítulo 4	Límites y continuidad	85
4.1	Introducción	85
4.2	Sucesiones convergentes en un espacio métrico	86
4.3	Sucesiones de Cauchy	88
4.4	Espacios métricos completos	90
4.5	Límite de una función	90
4.6	Límites de funciones con valores complejos	92
4.7	Límites de funciones con valores vectoriales	93
4.8	Funciones continuas	95

4.9	La continuidad de las funciones compuestas	96
4.10	Funciones complejas y funciones vectoriales continuas	97
4.11	Ejemplos de funciones continuas	97
4.12	Continuidad y antiimágenes de conjuntos abiertos y cerrados	98
4.13	Funciones continuas sobre conjuntos compactos	100
4.14	Aplicaciones topológicas (homeomorfismos)	102
4.15	Teorema de Bolzano	102
4.16	Conexión	104
4.17	Componentes de un espacio métrico	106
4.18	Conexión por arcos	107
4.19	Continuidad uniforme	109
4.20	Continuidad uniforme y conjuntos compactos	110
4.21	Teorema del punto fijo para contracciones	111
4.22	Discontinuidades de las funciones reales	113
4.23	Funciones monótonas	115
	Ejercicios	116
Capítulo 5	Derivadas	125
5.1	Introducción	125
5.2	Definición de derivada	125
5.3	Derivadas y continuidad	126
5.4	Álgebra de derivadas	127
5.5	La regla de la cadena	128
5.6	Derivadas laterales y derivadas infinitas	129
5.7	Funciones con derivada no nula	130
5.8	Derivadas cero y extremos locales	131
5.9	Teorema de Rolle	132
5.10	Teorema del valor medio para derivadas	132
5.11	Teorema del valor intermedio para las derivadas	134
5.12	Fórmula de Taylor con resto	136
5.13	Derivadas de funciones vectoriales	137
5.14	Derivadas parciales	138
5.15	Diferenciación de funciones de una variable compleja	140
5.16	Ecuaciones de Cauchy-Riemann	142
	Ejercicios	146
Capítulo 6	Funciones de variación acotada y curvas rectificables	153
6.1	Introducción	153
6.2	Propiedades de las funciones monótonas	153
6.3	Funciones de variación acotada	154
6.4	Variación total	156
6.5	Propiedad aditiva de la variación total	157
6.6	La variación total $[a, x]$, como función de x	158
6.7	Funciones de variación acotada expresadas como diferencia de dos funciones crecientes	159
6.8	Funciones continuas de variación acotada	159
6.9	Curvas y caminos	161

6.10	Camino rectificables y longitud de un arco	161
6.11	Propiedades de aditividad y de continuidad de la longitud de arco	163
6.12	Camino equivalentes. Cambios de parámetros	164
	Ejercicios	165
Capítulo 7	La integral de Riemann-Stieltjes	169
7.1	Introducción	169
7.2	Notación	170
7.3	La definición de la integral de Riemann-Stieltjes	171
7.4	Propiedades lineales	171
7.5	Integración por partes	174
7.6	Cambio de variable en una integral de Riemann-Stieltjes	175
7.7	Reducción de una integral de Riemann	176
7.8	Funciones escalonadas como integradores	177
7.9	Reducción de una integral de Riemann-Stieltjes a una suma finita	179
7.10	Fórmula de sumación de Euler	181
7.11	Integradores monótonos crecientes. Integrales superior e inferior	181
7.12	Propiedades aditiva y lineal de las integrales superior e inferior	185
7.13	Condición de Riemann	186
7.14	Teoremas de comparación	187
7.15	Integradores de variación acotada	189
7.16	Condiciones suficientes para la existencia de las integrales de Riemann-Stieltjes	193
7.17	Condiciones necesarias para la existencia de las integrales de Riemann-Stieltjes	194
7.18	Teoremas del valor medio para las integrales de Riemann-Stieltjes	195
7.19	La integral como función del intervalo	196
7.20	El segundo teorema fundamental del Cálculo integral	197
7.21	Cambio de variable en una integral de Riemann	199
7.22	Segundo teorema del valor medio para integrales de Riemann	200
7.23	Integrales de Riemann-Stieltjes dependientes de un parámetro	201
7.24	Derivación bajo el signo integral	203
7.25	Intercambio en el orden de integración	203
7.26	Criterio de Lebesgue para la existencia de las integrales de Riemann	205
7.27	Integrales complejas de Riemann-Stieltjes	211
	Ejercicios	212
Capítulo 8	Serie infinitas y productos infinitos	223
8.1	Introducción	223
8.2	Sucesiones convergentes y divergentes de números complejos	223
8.3	Límite superior y límite inferior de una sucesión real	224
8.4	Sucesiones monótonas de números reales	225
8.5	Serie infinitas	226
8.6	Introducción y supresión de paréntesis	227
8.7	Serie alternadas	229
8.8	Convergencia absoluta y condicional	230

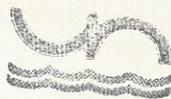
8.9	Parte real y parte imaginaria de una serie compleja	231
8.10	Criterios de convergencia para las series de términos positivos	231
8.11	La serie geométrica	232
8.12	El criterio de la integral	232
8.13	Las notaciones O grande y o pequeña	234
8.14	El criterio del cociente y el criterio de la raíz	235
8.15	Criterios de Dirichlet y de Abel	236
8.16	Sumas parciales de la serie geométrica $\sum z^n$ sobre el círculo unidad $ z =1$	237
8.17	Reordenación de series	238
8.18	Teorema de Riemann para series condicionalmente convergentes	240
8.19	Series parciales	241
8.20	Sucesiones dobles	243
8.21	Series dobles	244
8.22	Teorema de reordenación para series dobles	245
8.23	Una condición suficiente para la igualdad de series reiteradas	247
8.24	Multiplicación de series	248
8.25	Sumabilidad de Césaró	250
8.26	Productos infinitos	252
8.27	Producto de Euler para la función zeta de Riemann	255
	Ejercicios	256
Capítulo 9	Sucesiones de funciones	265
9.1	Convergencia puntual de sucesiones de funciones	265
9.2	Ejemplos de sucesiones de funciones reales	266
9.3	Definición de convergencia uniforme	268
9.4	Convergencia uniforme y continuidad	269
9.5	La condición de Cauchy para la convergencia uniforme	270
9.6	Convergencia uniforme de series infinitas de funciones	271
9.7	Una curva que llena todo el espacio	272
9.8	Convergencia uniforme e integración de Riemann-Stieltjes	274
9.9	Sucesiones convergentes con convergencia no uniforme que pueden ser integradas término a término	275
9.10	Convergencia uniforme y diferenciación	278
9.11	Condiciones suficientes para la convergencia uniforme de series	280
9.12	Convergencia uniforme y sucesiones dobles	281
9.13	Convergencia en media	282
9.14	Serie de potencias	284
9.15	Multiplicación de series de potencias	289
9.16	El teorema de sustitución	290
9.17	Recíproca de una serie de potencias	291
9.18	Series reales de potencias	292
9.19	Serie de Taylor generada por una función	293
9.20	Teorema de Bernstein	294
9.21	La serie binómica	297
9.22	Teorema del límite de Abel	298
9.23	Teorema de Tauber	300
	Ejercicios	301

Capítulo 10	La integral de Lebesgue	307
10.1	Introducción	307
10.2	Integral de una función escalonada	308
10.3	Sucesiones monótonas de funciones escalonadas	309
10.4	Funciones superiores y sus integrales	312
10.5	Las funciones integrales de Riemann como ejemplo de las funciones superiores	316
10.6	La clase de las funciones integrables de Lebesgue en un intervalo general	318
10.7	Propiedades básicas de la integral de Lebesgue	319
10.8	Integración de Lebesgue y conjuntos de medida cero	323
10.9	Teoremas de convergencia monótona de Levi	323
10.10	Teorema de convergencia dominada de Lebesgue	330
10.11	Aplicaciones del teorema de convergencia dominada de Lebesgue	333
10.12	Integrales de Lebesgue sobre intervalos no acotados como límite de integrales sobre intervalos acotados	335
10.13	Integrales de Riemann impropias	337
10.14	Funciones medibles	340
10.15	Continuidad de funciones definidas por medio de integrales de Lebesgue	342
10.16	Diferenciación bajo signo integral	345
10.17	Intercambio en el orden de integración	349
10.18	Conjuntos medibles de la recta real	352
10.19	La integral de Lebesgue en subconjuntos arbitrarios de \mathbf{R}	355
10.20	Integrales de Lebesgue de funciones complejas	356
10.21	Productos interiores y normas	357
10.22	El conjunto $L^2(I)$ de las funciones de cuadrado integrable	358
10.23	El conjunto $L^2(I)$ como espacio semimétrico	360
10.24	Un teorema de convergencia para series de funciones de $L^2(I)$	360
10.25	Teorema de Riesz-Fischer	362
	Ejercicios	363
Capítulo 11	Series de Fourier e integrales de Fourier	373
11.1	Introducción	373
11.2	Sistemas ortogonales de funciones	373
11.3	El teorema de óptima aproximación	374
11.4	Serie de Fourier de una función relativa a un sistema ortogonal	376
11.5	Propiedades de los coeficientes de Fourier	377
11.6	Teorema de Riesz-Fischer	378
11.7	Los problemas de convergencia y representación para series trigonométricas	380
11.8	Lema de Riemann-Lebesgue	381
11.9	Integrales de Dirichlet	383
11.10	Una representación integral para las sumas parciales de una serie de Fourier	386
11.11	Teorema de localización de Riemann	387

11.12	Condiciones suficientes para la convergencia de una serie de Fourier en un punto particular	388
11.13	Sumabilidad de Cesàro para series de Fourier	389
11.14	Consecuencias del teorema de Fejer	391
11.15	Teorema de aproximación de Weierstrass	392
11.16	Otras formas de series de Fourier	393
11.17	Teorema de la integral de Fourier	394
11.18	Forma exponencial del teorema de la integral de Fourier	396
11.19	Transformadas integrales	397
11.20	Convoluciones	399
11.21	Teorema de convolución para transformadas de Fourier	401
11.22	Fórmula de sumación de Poisson	403
	Ejercicios	407
Capítulo 12	Cálculo diferencial de varias variables	417
12.1	Introducción	417
12.2	La derivada direccional	417
12.3	Derivadas direccionales y continuidad	418
12.4	La derivada total	419
12.5	La derivada total expresada por medio de las derivadas parciales	421
12.6	Aplicación a las funciones complejas	422
12.7	La matriz de una función lineal	423
12.8	La matriz jacobiana	425
12.9	Regla de la cadena	427
12.10	Forma matricial de la regla de la cadena	428
12.11	Teorema del valor medio para funciones diferenciables	430
12.12	Una condición suficiente de diferenciabilidad	432
12.13	Una condición suficiente para la igualdad de las derivadas parciales cruzadas	434
12.14	Fórmula de Taylor para funciones de \mathbf{R}^n en \mathbf{R}^1	437
	Ejercicios	439
Capítulo 13	Funciones implícitas y problemas de extremos	445
13.1	Introducción	445
13.2	Funciones con determinante jacobiano no nulo	447
13.3	El teorema de la función inversa	451
13.4	El teorema de la función implícita	453
13.5	Extremos de funciones reales de una variable	455
13.6	Extremos de funciones reales de varias variables	456
13.7	Problemas de extremos condicionados	460
	Ejercicios	466
Capítulo 14	Integrales múltiples de Riemann	471
14.1	Introducción	471
14.2	Medida de un intervalo acotado de \mathbf{R}^n	471

14.3	Integral de Riemann de una función acotada definida en un intervalo compacto de \mathbf{R}^n	472
14.4	Conjuntos de medida cero y criterio de Lebesgue para la existencia de una integral múltiple de Riemann	475
14.5	Cálculo de una integral múltiple por integración reiterada	475
14.6	Conjuntos medibles Jordan en \mathbf{R}^n	480
14.7	Integración múltiple sobre conjuntos medibles Jordan	482
14.8	El contenido de Jordan expresado como integral de Riemann	483
14.9	Propiedad aditiva de la integral de Riemann	484
14.10	Teorema del valor medio para integrales múltiples	486
	Ejercicios	488
Capítulo 15	Integrales de Lebesgue múltiples	491
15.1	Introducción	491
15.2	Funciones escalonadas y sus integrales	492
15.3	Funciones superiores y funciones integrales Lebesgue	493
15.4	Funciones medibles y conjuntos medibles de \mathbf{R}^n	494
15.5	Teorema de Fubini para la reducción de la integral doble de una función escalonada	497
15.6	Algunas propiedades de los conjuntos de medida cero	499
15.7	Teorema de Fubini para la reducción de integrales dobles	501
15.8	Criterio de Tonelli-Hobson de integrabilidad	504
15.9	Cambios de coordenadas	505
15.10	Fórmula de cambio de variables en integrales múltiples	511
15.11	Demostración de la fórmula de cambio de variables para transformaciones lineales de coordenadas	511
15.12	Demostración de la fórmula de cambio de variables para la función característica de un cubo compacto	514
15.13	Complemento de la demostración de la fórmula de cambio de variables	521
	Ejercicios	523
Capítulo 16	Teorema de Cauchy y cálculo de residuos	527
16.1	Funciones analíticas	527
16.2	Caminos y curvas en el plano complejo	528
16.3	Integrales de contorno	529
16.4	La integral a lo largo de caminos circulares expresada en función del radio	532
16.5	El teorema de la integral de Cauchy para un círculo	533
16.6	Curvas homotópicas	534
16.7	Invariancia de las integrales de contorno en las homotopías	536
16.8	Forma general del teorema de la integral de Cauchy	538
16.9	Fórmula de la integral de Cauchy	539
16.10	Número de giros de un circuito con respecto a un punto	540
16.11	La no acotación del conjunto de puntos con número de giros igual a cero	542
16.12	Funciones analíticas definidas por integrales de contorno	544

16.13	Desarrollo en serie de potencias de las funciones analíticas	546
16.14	Desigualdades de Cauchy. Teorema de Liouville	548
16.15	Separación de los ceros de una función analítica	549
16.16	El teorema de identidad para funciones analíticas	551
16.17	Módulos máximo y mínimo de una función analítica	551
16.18	El teorema de la aplicación abierta	553
16.19	Desarrollos de Laurent para funciones analíticas en un anillo	554
16.20	Singularidades aisladas	557
16.21	Residuo de una función en un punto singular aislado	559
16.22	Teorema de Cauchy del residuo	560
16.23	Números de ceros y de polos en una región	561
16.24	Cálculo de integrales reales por medio de residuos	562
16.25	Cálculo de la suma de Gauss por el método de los residuos	565
16.26	Aplicación del teorema del residuo a la fórmula de inversión para transformadas de Laplace	570
16.27	Aplicaciones conformes	572
	Ejercicios	575
	Índice de símbolos especiales	585
	Índice alfabético	589



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RÍOS
FACULTAD DE INGENIERÍA
CENTRO DE MEDIOS
BIBLIOTECA

671