



ÍNDICE

	Página
A los Lectores .....	v
CAPÍTULO 1. ALGUNOS RESULTADOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA LINEAL .....	1
§1. Notación .....	1
§2. Determinantes y Formas Cuadráticas .....	2
§3. Subespacios .....	5
§4. Operadores y Formas Lineales .....	5
§5. La Traza de una Matriz .....	7
§6. Independencia Lineal, Bases y Dimensión .....	7
CAPÍTULO 2. ESPACIOS PREHILBERTIANOS .....	11
§1. Definición de Producto Escalar y de Espacio Prehilbertiano .....	11
§2. Ejemplos de Espacios Prehilbertianos .....	13
§3. La Desigualdad de Schwarz, La Norma Proveniente de un Producto Escalar .....	14
§4. Una Aplicación de la Desigualdad de Cauchy-Schwarz .....	17
§5. El Espacio $\mathcal{L}^2$ .....	17
CAPÍTULO 3. GEOMETRÍA DE LOS ESPACIOS PREHILBERTIANOS .....	21
§1. La Ley del Paralelogramo .....	21
§2. La Forma Cuadrática Asociada a un Producto Escalar y Espacios Prehilbertianos de Dimensión Finita .....	22
§3. La Esfera Unidad en Espacios Prehilbertianos .....	24
§4. La Métrica de un Espacio Normado .....	25
§5. Caracterización de los Espacios Prehilbertianos ...	28
§6. Una Aplicación del Teorema de Jordan-von Neumann .....	30
CAPÍTULO 4. ORTOGONALIDAD .....	35
§1. Definición y Ejemplos .....	35
§2. Familias Ortonormales .....	37
§3. Propiedades de Ortogonalidad .....	37
§4. Procedimientos de Ortogonalización de Gram- Schmidt .....	39
§5. Polinomios de Legendre .....	41

CAPÍTULO 5. ESPACIOS DE HILBERT.....	47
§1. La Definición de Espacio de Hilbert.....	47
§2. Completitud de los Espacios Prehilbertianos de Dimensión Finita.....	47
§3. Completitud del Espacio $l^2$ .....	49
§4. El Espacio $L^2(I)$ .....	50
§5. Un Ejemplo.....	52
CAPÍTULO 6. EL TEOREMA DE PROYECCIÓN.....	55
§1. El Lema de F. Riesz .....	55
§2. Ejemplos.....	56
§3. El Teorema de Proyección.....	57
§4. Proyectores Ortogonales.....	59
§5. Algunas Aplicaciones.....	60
CAPÍTULO 7. APLICACIONES A PROBLEMAS DE APROXIMACIÓN .....	65
§1. Gramianos .....	65
§2. La Desigualdad de Bessel.....	67
§3. Aplicaciones y Ejemplos.....	68
§4. Otra Fórmula para $\ x-x_0\ ^2$ .....	71
§5. La Desigualdad de Hadamard.....	71
§6. Aplicaciones y Ejemplos.....	74
CAPÍTULO 8. LA IGUALDAD DE PARSEVAL.....	77
§1. Bases Ortonormales.....	77
§2. El Teorema de Riesz-Fischer y la Igualdad de Parseval.....	78
§3. Isomorfismos Prehilbertianos.....	81
§4. Series de Fourier .....	82
§5. La Desigualdad de Wirtinger .....	85
§6. Aplicación de la Igualdad de Parseval a la Resolución del Problema Isoperimétrico .....	87
CAPÍTULO 9. OPERADORES ACOTADOS EN UN ESPACIO DE HILBERT .....	93
§1. Propiedades Generales de los Operadores Acotados en Espacios Normales.....	93
§2. Operadores Lineales en $K^n$ .....	97
§3. Ejemplos.....	99
§4. El Radio Espectral.....	100
§5. El Teorema de Representación de Fréchet-Riesz...	102
§6. El Adjunto de un Operador .....	104
§7. Operadores Hiponormales y Unitarios.....	109
CAPÍTULO 10. TEORIA ESPECTRAL EN ESPACIOS DE HILBERT.....	113
§1. Definición de Espectro.....	113

§2. El Espectro de Operadores Autoadjuntos en Espacios de Dimensión Finita .....	115
§3. La Función Resolvente .....	119
§4. Propiedades del Espectro y del Radio Espectral....	126
§5. Aplicaciones y Ejemplos.....	128
§6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en Espacios de Hilbert .....	130
§7. El Teorema de la Imagen Espectral.....	135
APÉNDICE. SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS MARCADOS CON UN ARTERISCO .....	141
Bibliografía.....	145